中华人民共和国国家计量技术规范

JJF 1059.1—2012

测量不确定度评定与表示

Evaluation and Expression
of Uncertainty in Measurement

2012-12-03 发布　　　　2013-06-03 实施

国家质量监督检验检疫总局　发布

测量不确定度评定与表示

Evaluation and Expression

of Uncertainty in Measurement

JJF 1059.1—2012
代替 JJF 1059—1999

归 口 单 位： 全国法制计量管理计量技术委员会

起 草 单 位： 江苏省计量科学研究院

中国计量科学研究院

北京理工大学

国家质量监督检验检疫总局计量司

本规范委托全国法制计量管理计量技术委员会负责解释

本规范起草人：

叶德培

赵　峰（江苏省计量科学研究院）

施昌彦

原遵东（中国计量科学研究院）

沙定国（北京理工大学）

周桃庚（北京理工大学）

陈　红（国家质量监督检验检疫总局计量司）

目　　录

引　　言

本规范是对 JJF 1059—1999《测量不确定度评定与表示》的修订。

本次修订的依据是十多年来我国贯彻 JJF 1059—1999 的经验以及最新的国际标准：ISO/IEC GUIDE 98-3：2008《测量不确定度　第 3 部分：测量不确定度表示指南》(Uncertainty of measurement—Part 3：Guide to the expression of uncertainty in measurement)（简称 GUM)。

与 JJF 1059—1999 相比，主要修订内容有：

——编写格式改为符合 JJF 1071—2010《国家计量校准规范编写规则》的要求。

——所用术语采用 JJF 1001—2011《通用计量术语及定义》中的术语和定义。例如：更新了“测量结果”及“测量不确定度”的定义，增加了“测得值”、“测量模型”、“测量模型的输入量”和“输出量”，并以“包含概率”代替了“置信概率”等；本规范还增加了一些与不确定度有关的术语，如“定义的不确定度”、“仪器的测量不确定度”、“零的测量不确定度”、“目标不确定度”等。

——对适用范围作了补充，明确指出：本规范主要涉及有明确定义的、并可用唯一值表征的被测量估计值的不确定度，也适用于实验、测量方法、测量装置和系统的设计和理论分析中有关不确定度的评定与表示。本规范的方法主要适用于输入量的概率分布为对称分布、输出量的概率分布近似为正态分布或 t 分布，并且测量模型为线性模型或可用线性模型近似表示的情况。当本规范不适用时，可考虑采用 JJF 1059.2—2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》进行不确定度评定。本规范的方法（GUM 法）的评定结果可以用蒙特卡洛法进行验证，验证评定结果一致时仍然可以使用 GUM 法进行不确定度评定。因此，本规范仍然是最常用和最基本的方法。

——在 A 类评定方法中，根据计量的实际需要，增加了常规计量中可以预先评估重复性的条款。

——合成标准不确定度评定中增加了各输入量间相关时协方差和相关系数的估计方法，以便规范处理相关的问题。

——弱化了给出自由度的要求，只有当需要评定 U_p 或用户为了解所评定的不确定度的可靠程度而提出要求时才需要计算和给出合成标准不确定度的有效自由度 ν_{eff}。

——本规范从实用出发规定：一般情况下，在给出测量结果时报告扩展不确定度 U。在给出扩展不确定度 U 时，一般应注明所取的 k 值。若未注明 k 值，则指 $k=2$。

——增加了第 6 章：测量不确定度的应用，包括：校准证书中报告测量不确定度的要求、实验室的校准和测量能力表示方式等。

——取消了原规范中关于概率分布的附录，将其内容放到 B 类评定的条款中。

——增加了附录 A：测量不确定度评定方法举例。附录 A.1 是关于 B 类标准不确定度的评定方法举例；附录 A.2 是关于合成标准不确定度评定方法的举例；附录 A.3 是不同类型测量时测量不确定度评定方法举例，包括量块的校准、温度计的校准、硬度计量、样品中所含氢氧化钾的质量分数测定和工作用玻璃液体温度计的校准五个例子，

前三个例子来自GUM。目的是使本规范的使用者开阔视野，更深入理解不同情况下的测量不确定度评定方法，例子与数据都是被选用来说明本规范的原理的，因此不必当作实际测量的叙述，更不能用来代替某项具体校准中不确定度的评定。

本规范的目的是：

——促进以充分完整的信息表示带有测量不确定度的测量结果；

——为测量结果的比较提供国际上公认一致的依据。

本规范规定的评定与表示测量不确定度的方法满足以下要求：

——适用于各种测量领域和各种准确度等级的测量。

——测量不确定度能从对测量结果有影响的不确定度分量导出，且与这些分量如何分组无关，也与这些分量如何进一步分解为下一级分量无关。

——当一个测量结果用于下一个测量时，其不确定度可作为下一个测量结果不确定度的分量。

——在诸如工业、商业及与健康或安全有关的某些领域中，往往要求提供较高概率的区间，本方法能方便地给出这样的区间及相应的包含概率。

本规范仅给出了在最常见情况下评定与表示测量不确定度的方法和简要步骤，其中的注释和举例，旨在对方法作较详细说明，以便于进一步理解和有助于实际应用。

在一些特殊情况下，本规范的方法可能不适用或规范不够具体，例如测量如何模型化、非对称分布或非线性测量模型时的不确定度评定等。此外，对于在某个特定专业领域中的应用，鼓励各专业技术委员会依据本规范制定专门的技术规范或指导书。

本规范包含四个附录，附录A“测量不确定度评定方法举例”它是资料性附录，仅作参考。附录B“t分布在不同概率p与自由度ν时的$t_p(\nu)$值(t值)表”和附录C“有关量的符号汇总”是规范性附录，所用的基本符号取自GUM及有关的ISO、IEC标准；附录D“术语的英汉对照”供参考。

测量不确定度评定与表示

1 范围

a）本规范所规定的评定与表示测量不确定度的通用方法，适用于各种准确度等级的测量领域，例如：

1）国家计量基准及各级计量标准的建立与量值比对；

2）标准物质的定值和标准参考数据的发布；

3）测量方法、检定规程、检定系统表、校准规范等技术文件的编制；

4）计量资质认定、计量确认、质量认证以及实验室认可中对测量结果及测量能力的表述；

5）测量仪器的校准、检定以及其他计量服务；

6）科学研究、工程领域、贸易结算、医疗卫生、安全防护、环境监测、资源保护等领域的测量。

b）本规范主要涉及有明确定义的，并可用唯一值表征的被测量估计值的测量不确定度。至于被测量呈现为一系列值的分布或取决于一个或多个参量（例如以时间为参变量），则对被测量的描述应该是一组量，应给出其分布情况及其相互关系。

c）本规范也适用于实验、测量方法、测量装置、复杂部件和系统的设计和理论分析中有关不确定度的评估与表示。

d）本规范主要适用于以下条件：

1）可以假设输入量的概率分布呈对称分布；

2）可以假设输出量的概率分布近似为正态分布或 t 分布；

3）测量模型为线性模型、可以转化为线性的模型或可用线性模型近似的模型。

当不能同时满足上述适用条件时，可考虑采用蒙特卡洛法（简称 MCM）评定测量不确定度，即采用概率分布传播的方法。MCM 的使用详见 JJF 1059.2—2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》。当用本规范的方法评定的结果得到蒙特卡洛法验证时，则依然可以用本规范的方法评定测量不确定度。

2 引用文件

本规范引用了下列文件：

JJF 1001—2011 通用计量术语及定义

GB/T 70—2008 数值修约规则与极限数值的表示和判定

GB 3101—1993 有关量、单位和符号的一般原则

GB/T 4883—2008 数据的统计处理和解释 正态样本离群值的判断和处理

ISO/IEC GUIDE 98-3：2008 测量不确定度 第 3 部分：测量不确定度表示指南（Uncertainty of measurement—Part 3：Guide to the expression of uncertainty in measurement）

ISO 3534-1：2006　统计学　术语和符号　第 1 部分：一般统计术语和概率术语 (Statistics—Vocabulary and symbols—Part 1：General statistical terms and terms used in probability)

凡是注日期的引用文件，仅注日期的版本适用于本规范；凡是不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本规范。

3　术语和定义

本规范中的计量学术语采用 JJF 1001—2011，它是依据国际标准 ISO/IEC GUIDE 99：2007（即 VIM 第三版）修订后的版本。本规范中所用的概率和统计术语基本采用国际标准 ISO 3534-1：2006 的术语和定义。

3.1　被测量　measurand [JJF 1001，4.7]

拟测量的量。

注：

1　对被测量的说明要求了解量的种类，以及含有该量的现象、物体或物质状态的描述，包括有关成分及化学实体。

2　在 VIM 第二版和 IEC 60050-300：2001 中，被测量定义为受到测量的量。

3　测量包括测量系统和实施测量的条件，它可能会改变研究中的现象、物体物质，使被测量的量可能不同于定义的被测量。在这种情况下，需要进行必要的修正。

例：

1　用内阻不够大的电压表测量时，电池两端间的电位差会降低，开路电位差可根据电池和电压表的内阻计算得到。

2　钢棒在与环境温度 23 ℃平衡时的长度不同于拟测量的规定温度为 20 ℃时的长度，这种情况下必须修正。

3　在化学中，“分析物”或者物质或化合物的名称有时被称作“被测量”。这种用法是错误的，因为这些术语并不涉及到量。

3.2　测量结果　measurement result，result of measurement [JJF 1001，5.1]

与其他有用的相关信息一起赋予被测量的一组量值。

注：

1　测量结果通常包含这组量值的“相关信息”，诸如某些可以比其他方式更能代表被测量的信息。它可以概率密度函数（PDF）的方式表示。

2　测量结果通常表示为单个测得的量值和一个测量不确定度。对某些用途，如果认为测量不确定度可忽略不计，则测量结果可表示为单个测得的量值。在许多领域中这是表示测量结果的常用方式。

3　在传统文献和 1993 版 VIM 中，测量结果定义为赋予被测量的值，并按情况解释为平均示值、未修正的结果或已修正的结果。

3.3　测得的量值　measured quantity value [JJF 1001，5.2]

又称量的测得值　measured value of aquantity，简称测得值　measured value

代表测量结果的量值。

注：

1　对重复示值的测量，每个示值可提供相应的测得值。用这一组独立的测得值可计算出作为结

果的测得值，如平均值或中位值，通常它附有一个已减小了的与其相关联的测量不确定度。

2 当认为代表被测量的真值范围与测量不确定度相比小得多时，量的测得值可认为是实际唯一真值的估计值，通常是通过重复测量获得的各独立测得值的平均值或中位值。

3 当认为代表被测量的真值范围与测量不确定度相比不太小时，被测量的测得值通常是一组真值的平均值或中位值的估计值。

4 在测量不确定度指南（GUM）中，对测得的量值使用的术语有“测量结果”和“被测量的值的估计”或“被测量的估计值”。

3.4 测量精密度 measurement precision [JJF 1001，5.10]

简称精密度 precision

在规定条件下，对同一或类似被测对象重复测量所得示值或测得值间的一致程度。

注：

1 测量精密度通常用不精密程度以数字形式表示，如在规定测量条件下的标准偏差、方差或变差系数。

2 规定条件可以是重复性测量条件、期间精密度测量条件或复现性测量条件。

3 测量精密度用于定义测量重复性、期间测量精密度或测量复现性。

4 术语“测量精密度”有时用于指“测量准确度”，这是错误的。

3.5 测量重复性 measurement repeatability [JJF 1001，5.13]

简称重复性 repeatability

在一组重复性测量条件下的测量精密度。

3.6 重复性测量条件 measurement repeatability condition of measurement [JJF 1001，5.14]

简称重复性条件 repeatability condition

相同测量程序、相同操作者、相同测量系统、相同操作条件和相同地点，并在短时间内对同一或相类似被测对象重复测量的一组测量条件。

注：在化学中，术语“序列内精密度测量条件”有时用于指“重复性测量条件”。

3.7 测量复现性 measurement reproducibility [JJF 1001，5.16]

简称复现性 reproducibility

在复现性测量条件下的测量精密度。

3.8 复现性测量条件 measurement reproducibility condition of measurement [JJF 1001，5.15]

简称复现性条件 reproducibility condition

不同地点、不同操作者、不同测量系统，对同一或相类似被测对象重复测量的一组测量条件。

注：

1 不同的测量系统可采用不同的测量程序。

2 在给出复现性时应说明改变和未变的条件及实际改变到什么程度。

3.9 期间精密度测量条件 intermediate precision condition of measurement [JJF 1001，5.11]

简称期间精密度条件 intermediate precision condition

除了相同测量程序、相同地点，以及在一个较长时间内对同一或相类似的被测对象重复测量的一组测量条件外，还可包括涉及改变的其他条件。

注：

1 改变可包括新的校准、测量标准器、操作者和测量系统。

2 对条件的说明应包括改变和未变的条件以及实际改变到什么程度。

3 在化学中，术语“序列间精密度测量条件”有时用于指“期间精密度测量条件”。

3.10 实验标准偏差 experimental standard deviation [JJF 1001，5.17]

简称实验标准差 experimental standard deviation

对同一被测量进行 n 次测量，表征测量结果分散性的量。用符号 s 表示。

注：

1 n 次测量中某单个测得值 x_k 的实验标准偏差 $s(x_k)$ 可按贝塞尔公式计算：

$$s(x_k)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

式中：

x_i——第 i 次测量的测得值；

$\bar{x}$——n 次测量所得一组测得值的算术平均值；

n——测量次数。

2 n 次测量的算术平均值 $\bar{x}$ 的实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 为：

$$s(\bar{x})=s(x_k)/\sqrt{n}$$

3.11 测量误差 measurement error，error of measurement [JJF 1001，5.3]

简称误差 error

测得的量值减去参考量值。

注：

1 测量误差的概念在以下两种情况下均可使用：

①当涉及存在单个参考量值，如用测得值的测量不确定度可忽略的测量标准进行校准，或约定量值给定时，测量误差是已知的；

②假设被测量使用唯一的真值或范围可忽略的一组真值表征时，测量误差是未知的。

2 测量误差不应与出现的错误或过失相混淆。

3.12 测量不确定度 measurement uncertainty，uncertainty of measurement [JJF 1001，5.18]

简称不确定度 uncertainty

根据所用到的信息，表征赋予被测量值分散性的非负参数。

注：

1 测量不确定度包括由系统影响引起的分量，如与修正量和测量标准所赋量值有关的分量及定义的不确定度。有时对估计的系统影响未作修正，而是当作不确定度分量处理。

2 此参数可以是诸如称为标准测量不确定度的标准偏差（或其特定倍数），或是说明了包含概率的区间半宽度。

3 测量不确定度一般由若干分量组成。其中一些分量可根据一系列测量值的统计分布，按测量

不确定度的A类评定进行评定，并可用标准偏差表征。而另一些分量则可根据基于经验或其他信息获得的概率密度函数，按测量不确定度的B类评定进行评定，也用标准偏差表征。

4 通常，对于一组给定的信息，测量不确定度是相应于所赋予被测量的值的。该值的改变将导致相应的不确定度的改变。

5 本定义是按2008版VIM给出，而在GUM中的定义是：表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数。

3.13 标准不确定度 standard uncertainty [JJF 1001，5.19]

全称标准测量不确定度 standard measurement uncertainty，standard uncertainty of measurement

以标准偏差表示的测量不确定度。

3.14 测量不确定度的A类评定 Type A evaluation of measurement uncertainty [JJF 1001，5.20]

简称A类评定 Type A evaluation

对在规定测量条件下测得的量值用统计分析的方法进行的测量不确定度分量的评定。

注：规定测量条件是指重复性测量条件、期间精密度测量条件或复现性测量条件。

3.15 测量不确定度的B类评定 Type B evaluation of measurement uncertainty [JJF 1001，5.21]

简称B类评定 Type B evaluation

用不同于测量不确定度A类评定的方法对测量不确定度分量进行的评定。

例：评定基于以下信息：

——权威机构发布的量值；

——有证标准物质的量值；

——校准证书；

——仪器的漂移；

——经检定的测量仪器的准确度等级；

——根据人员经验推断的极限值等。

3.16 合成标准不确定度 combined standard uncertainty [JJF 1001，5.22]

全称合成标准测量不确定度 combined standard measurement uncertainty

由在一个测量模型中各输入量的标准测量不确定度获得的输出量的标准测量不确定度。

注：在测量模型中的输入量相关的情况下，当计算合成标准不确定度时必须考虑协方差。

3.17 相对标准不确定度 relative standard uncertainty [JJF 1001，5.23]

全称相对标准测量不确定度 relative standard measurement uncertainty

标准不确定度除以测得值的绝对值。

3.18 扩展不确定度 expanded uncertainty [JJF 1001，5.27]

全称扩展测量不确定度 expanded measurement uncertainty

合成标准不确定度与一个大于1的数字因子的乘积。

注：

1　该因子取决于测量模型中输出量的概率分布类型及所选取的包含概率。

2　本定义中术语“因子”是指包含因子。

3.19　包含区间　coverage interval［JJF 1001，5.28］

基于可获得的信息确定的包含被测量一组值的区间，被测量值以一定概率落在该区间内。

注：

1　包含区间不一定以所选的测得值为中心。

2　不应把包含区间称为置信区间，以避免与统计学概念混淆。

3　包含区间可由扩展测量不确定度导出。

3.20　包含概率　coverage probability［JJF 1001，5.29］

在规定的包含区间内包含被测量的一组值的概率。

注：

1　为避免与统计学概念混淆，不应把包含概率称为置信水平。

2　在 GUM 中包含概率又称“置信的水平（level of confidence）”。

3　包含概率替代了曾经使用过的“置信水准”。

3.21　包含因子　coverage factor［JJF 1001，5.30］

为获得扩展不确定度，对合成标准不确定度所乘的大于 1 的数。

注：包含因子通常用符号 k 表示。

3.22　测量模型　measurement model，model of measurement［JJF 1001，5.31］

简称模型　model

测量中涉及的所有已知量间的数学关系。

注：

1　测量模型的通用形式是方程：$h(Y, X_1, \cdots, X_N)=0$，其中测量模型中的输出量 Y 是被测量，其量值由测量模型中输入量 X_1，…，X_N 的有关信息推导得到。

2　在有两个或多个输出量的较复杂情况下，测量模型包含一个以上的方程。

3.23　测量函数　measurement function［JJF 1001，5.32］

在测量模型中，由输入量的已知量值计算得到的值是输出量的测得值时，输入量与输出量之间的函数关系。

注：

1　如果测量模型 $h(Y, X_1, \cdots, X_N)=0$ 可明确写成 $Y=f(X_1, \cdots, X_N)$，其中 Y 是测量模型中的输出量，则函数 f 是测量函数。更通俗地说，f 是一个算法符号，算出与输入量 x_1，…，x_N 相应的唯一的输出量 $y=f(x_1, \cdots, x_N)$。

2　测量函数也用于计算测得值 Y 的测量不确定度。

3.24　测量模型中的输入量　input quantity in a measurement model［JJF 1001，5.33］

简称输入量　input quantity

为计算被测量的测得值而必须测量的，或其值可用其他方式获得的量。

例：当被测量是在规定温度下某钢棒的长度时，则实际温度、在实际温度下的长度以及该棒的线热膨胀系数为测量模型中的输入量。

注：

1 测量模型中的输入量往往是某个测量系统的输出量。

2 示值、修正值和影响量可以是一个测量模型中的输入量。

3.25 测量模型中的输出量 output quantity in a measurement model [JJF 1001，5.34]

简称输出量 output quantity

用测量模型中输入量的值计算得到的测得值的量。

3.26 定义的不确定度 definitional uncertainty [JJF 1001，5.24]

由于被测量定义中细节量有限所引起的测量不确定度分量。

注：

1 定义的不确定度是在任何给定被测量的测量中实际可达到的最小测量不确定度。

2 所描述细节中的任何改变导致另一个定义的不确定度。

3.27 仪器的测量不确定度 instrumental measurement uncertainty [JJF 1001，7.24]

由所用测量仪器或测量系统引起的测量不确定度的分量。

注：

1 除原级测量标准采用其他方法外，仪器的不确定度通过对测量仪器或测量系统校准得到。

2 仪器的不确定度通常按B类测量不确定度评定。

3 对仪器的测量不确定度的有关信息可在仪器说明书中给出。

3.28 零的测量不确定度 null measurement uncertainty [JJF 1001，7.25]

测得值为零时的测量不确定度。

注：

1 零的测量不确定度与零位或接近零的示值有关，它包含被测量小到不知是否能检测的区间或仅由于噪声引起的测量仪器的示值区间。

2 零的测量不确定度的概念也适用于当对样品与空白进行测量并获得差值时。

3.29 不确定度报告 uncertainty budget [JJF 1001，5.25]

对测量不确定度的陈述，包括测量不确定度的分量及其计算和合成。

注：不确定度报告应该包括测量模型、估计值、测量模型中与各个量相关联的测量不确定度、协方差、所用的概率密度分布函数的类型、自由度、测量不确定度的评定类型和包含因子。

3.30 目标不确定度 target uncertainty [JJF 1001，5.26]

全称目标测量不确定度 target measurement uncertainty

根据测量结果的预期用途，规定作为上限的测量不确定度。

3.31 自由度 degrees of freedom

在方差的计算中，和的项数减去对和的限制数。

注：

1 在重复性条件下，用 n 次独立测量确定一个被测量时，所得的样本方差为 $(v_1^2+v_2^2+\cdots+v_n^2)/(n-1)$，其中 v_i 为残差：$v_1=x_1-\bar{x}$，$v_2=x_2-\bar{x}$，…，$v_n=x_n-\bar{x}$。和的项数即为残差的个数 n，和的限制数为1。由此可得自由度 $\nu=n-1$。

2 当用测量所得的 n 组数据按最小二乘法拟合的校准曲线确定 t 个被测量时，自由度 $\nu=n-t$。如果另有 r 个约束条件，则自由度 $\nu=n-t+r$。

3 自由度反映了相应实验标准偏差的可靠程度。用贝塞尔公式估计实验标准偏差 s 时，s 的相对标准偏差为：$\sigma(s)/s=1/\sqrt{2\nu}$ 。若测量次数为 10，则 $\nu=9$，表明估计的 s 的相对标准偏差约为 0.24，可靠程度达 76%。

4 合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的自由度，称为有效自由度 ν_{eff}，用于在评定扩展不确定度 U_p 时求得包含因子 k_p。

3.32 协方差 covariance

协方差是两个随机变量相互依赖性的度量，它是两个随机变量各自的误差之积的期望。用符号 COV(X，Y) 或 $V(X, Y)$ 表示：

$$V(X, Y)=E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]$$

注：定义的协方差是在无限多次测量条件下的理想概念。有限次测量时两个随机变量的单个估计值的协方差估计值用 $s(x, y)$ 表示：

$$s(x, y)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})(y_i-\overline{Y})$$

式中：

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i, \quad \overline{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$$

有限次测量时两个随机变量的算术平均值的协方差估计值用 $s(\bar{x}, \bar{y})$ 表示：

$$s(\bar{x}, \bar{y})=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})(y_i-\overline{Y})$$

3.33 相关系数 correlation coefficient

相关系数是两个随机变量之间相互依赖性的度量，它等于两个变量间的协方差除以各自方差之积的正平方根，用符号 $\rho(X, Y)$ 表示：

$$\rho(X, Y)=\rho(Y, X)=\frac{V(Y, X)}{\sqrt{V(Y, Y)V(X, X)}}=\frac{V(Y, X)}{\sigma(Y)\sigma(X)}$$

注：

1 定义的相关系数是在无限多次测量条件下的理想概念。有限次测量时相关系数的估计值用 $r(x, y)$ 表示：

$$r(x, y)=r(y, x)=\frac{s(x, y)}{s(x)s(y)}$$

2 相关系数是一个 [−1，+1] 间的纯数。

3 对于多变量概率分布，通常给出相关系数矩阵，该矩阵的主对角线元素为 1。

4 测量不确定度的评定方法

本规范对测量不确定度评定的方法简称 GUM 法。用 GUM 法评定测量不确定度的一般流程见图 1。

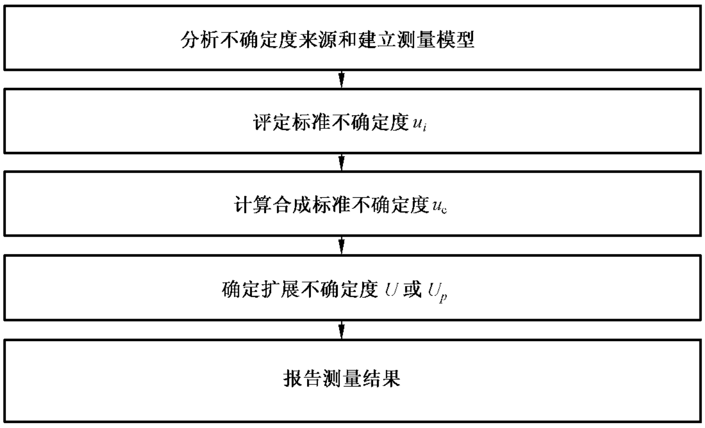

图 1　用 GUM 法评定测量不确定度的一般流程

4.1　测量不确定度来源分析

4.1.1　由测量所得的测得值只是被测量的估计值，测量过程中的随机效应及系统效应均会导致测量不确定度。对已认识的系统效应进行修正后的测量结果仍然只是被测量的估计值，还存在由随机效应导致的不确定度和由于对系统效应修正不完善导致的不确定度。从不确定度评定方法上所做的 A 类评定、B 类评定的分类与产生不确定度的原因无任何联系，不能称为随机不确定度和系统不确定度。

4.1.2　在实际测量中，有许多可能导致测量不确定度的来源。例如：

a）被测量的定义不完整；

b）被测量定义的复现不理想；

c）取样的代表性不够，即被测样本可能不完全代表所定义的被测量；

d）对测量受环境条件的影响认识不足或对环境条件的测量不完善；

e）模拟式仪器的人员读数偏移；

f）测量仪器的计量性能（如最大允许误差、灵敏度、鉴别力、分辨力、死区及稳定性等）的局限性，即导致仪器的不确定度；

g）测量标准或标准物质提供的标准值的不准确；

h）引用的常数或其他参数值的不准确；

i）测量方法和测量程序中的近似和假设；

j）在相同条件下，被测量重复观测值的变化。

测量不确定度的来源必须根据实际测量情况进行具体分析。分析时，除了定义的不确定度外，可从测量仪器、测量环境、测量人员、测量方法等方面全面考虑，特别要注意对测量结果影响较大的不确定度来源，应尽量做到不遗漏、不重复。

4.1.3　修正仅仅是对系统误差的补偿，修正值是具有不确定度的。在评定已修正的被测量的估计值的测量不确定度时，要考虑修正引入的不确定度。只有当修正值的不确定度较小，且对合成标准不确定度的贡献可忽略不计的情况下，才可不予考虑。

4.1.4　测量中的失误或突发因素不属于测量不确定度的来源。在测量不确定度评定中，应剔除测得值中的离群值（异常值）。离群值的剔除应通过对数据的适当检验后进行。

注：离群值的判断和处理方法可见 GB/T 4883—2008《数据的统计处理和解释　正态样本离群值的判断和处理》。

4.2　测量模型的建立

4.2.1　测量中，当被测量（即输出量）Y 由 N 个其他量 X_1，X_2，…，X_N（即输入量），通过函数 f 来确定时，则公式（1）称为测量模型：

$$Y=f(X_1,\ X_2\cdots,\ X_N) \tag{1}$$

式中大写字母表示量的符号，f 为测量函数。

设输入量 X_i 的估计值为 x_i，被测量 Y 的估计值为 y，则测量模型可写成公式（2）的形式：

$$y=f(x_1,\ x_2\cdots,\ x_N) \tag{2}$$

测量模型与测量方法有关。

注：在一系列输入量中，第 k 个输入量用 X_k 表示。如果第 k 个输入量是电阻，其符号为 R，则 X_k 可表示为 R。

例：一个随温度 t 变化的电阻器两端的电压为 V，在温度为 t_0（20 ℃）时的电阻为 R_0，电阻器的温度系数为 α，则电阻器的损耗功率 P（被测量）取决于 V，R_0，α 和 t，即测量模型为：

$$P=f(V,\ R_0,\ \alpha,\ t)=V^2/R_0[1+\alpha(t-t_0)]$$

用其他方法测量损耗功率 P 时，可能有不同的测量模型。

4.2.2　在简单的直接测量中测量模型可能简单到公式（3）的形式：

$$Y=X_1-X_2 \tag{3}$$

甚至简单到公式（4）的形式：

$$Y=X \tag{4}$$

注：例如：用压力表测量压力，被测量（压力）的估计值 y 就是仪器（压力表）的示值 x。测量模型为 $y=x$。

4.2.3　输出量 Y 的每个输入量 X_1，X_2，…，X_N 本身可看作为被测量，也可取决于其他量，甚至包括修正值或修正因子，从而可能导出一个十分复杂的函数关系，甚至测量函数 f 不能用显式表示出来。

4.2.4　物理量测量的测量模型一般根据物理原理确定。非物理量或在不能用物理原理确定的情况下，测量模型也可以用实验方法确定，或仅以数值方程给出，在可能情况下，尽可能采用按长期积累的数据建立的经验模型。用核查标准和控制图的方法表明测量过程始终处于统计控制状态时，有助于测量模型的建立。

4.2.5　如果数据表明测量函数没有能将测量过程模型化至测量所要求的准确度，则要在测量模型中增加附加输入量来反映对影响量的认识不足。

4.2.6　测量模型中输入量可以是：

a）由当前直接测得的量。这些量值及其不确定度可以由单次观测、重复观测或根据经验估计得到，并可包含对测量仪器读数的修正值和对诸如环境温度、大气压力、湿度等影响量的修正值。

b）由外部来源引入的量。如已校准的计量标准或有证标准物质的量，以及由手册查得的参考数据等。

4.2.7　在分析测量不确定度时，测量模型中的每个输入量的不确定度均是输出量的不

确定度的来源。

4.2.8 本规范主要适用于测量模型为线性函数的情况。如果是非线性函数，应采用泰勒级数展开并忽略其高阶项，将被测量近似为输入量的线性函数，才能进行测量不确定度评定。若测量函数为明显非线性，合成标准不确定度评定中必须包括泰勒级数展开中的主要高阶项。

4.2.9 被测量 Y 的最佳估计值 y 在通过输入量 X_1，X_2，…，X_N 的估计值 x_1，x_2，…，x_N 得出时，有公式（5）和公式（6）两种计算方法：

a）计算方法一

$$y=\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y_k=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f(x_{1k},\ x_{2k},\ \cdots,\ x_{Nk}) \tag{5}$$

式中，y 是取 Y 的 n 次独立测量得到的测得值 y_k 的算术平均值，其每个测得值 y_k 的不确定度相同，且每个 y_k 都是根据同时获得的 N 个输入量 X_i 的一组完整的测得值求得的。

b）计算方法二

$$y=f(\bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ \cdots,\ \bar{x}_N) \tag{6}$$

式中，$\overline{x_i}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_{i,k}$，它是第 i 个输入量的 k 次独立测量所得的测得值 $x_{i,k}$ 的算术平均值。这一方法的实质是先求 X_i 的最佳估计值 $\overline{x_i}$，再通过函数关系式计算得出 y。

当 f 是输入量 X_i 的线性函数时，以上两种方法的计算结果相同。但当 f 是 X_i 的非线性函数时，应采用公式（5）的计算方法。

4.3 标准不确定度的评定

4.3.1 概述

4.3.1.1 测量不确定度一般由若干分量组成，每个分量用其概率分布的标准偏差估计值表征，称标准不确定度。用标准不确定度表示的各分量用 u_i 表示。根据对 X_i 的一系列测得值 x_i 得到实验标准偏差的方法为 A 类评定。根据有关信息估计的先验概率分布得到标准偏差估计值的方法为 B 类评定。

4.3.1.2 在识别不确定度来源后，对不确定度各个分量作一个预估是必要的，测量不确定度评定的重点应放在识别并评定那些重要的、占支配地位的分量上。

4.3.2 标准不确定度的 A 类评定

4.3.2.1 A 类评定的方法

对被测量进行独立重复观测，通过所得到的一系列测得值，用统计分析方法获得实验标准偏差 $s(x)$，当用算术平均值 $\bar{x}$ 作为被测量估计值时，被测量估计值的 A 类标准不确定度按公式（7）计算：

$$u_{\mathrm{A}}=u(\bar{x})=s(\bar{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}} \tag{7}$$

标准不确定度的 A 类评定的一般流程见图 2。

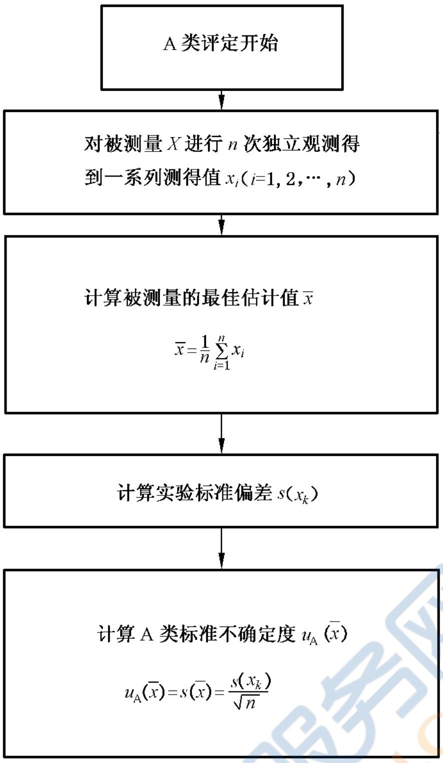

图 2　标准不确定度的 A 类评定流程图

4.3.2.2　贝塞尔公式法

在重复性条件或复现性条件下对同一被测量独立重复观测 n 次，得到 n 个测得值 x_i（$i=1$，2，…，n），被测量 X 的最佳估计值是 n 个独立测得值的算术平均值 $\bar{x}$，按公式（8）计算：

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{8}$$

单个测得值 x_k 的实验方差 $s^2(x_k)$，按公式（9）计算：

$$s^2(x_k)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \tag{9}$$

单个测得值 x_k 的实验标准偏差 $s(x_k)$，按公式（10）计算：

$$s(x_k)=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{10}$$

公式（10）就是贝塞尔公式，自由度 ν 为 $n-1$。实验标准偏差 $s(x_k)$ 表征了测得值 x 的分散性，测量重复性用 $s(x_k)$ 表征。

被测量估计值 $\bar{x}$ 的 A 类标准不确定度 $u_A(\bar{x})$ 按公式（11）计算：

$$u_A(\bar{x})=s(\bar{x})=s(x_k)/\sqrt{n} \tag{11}$$

A 类标准不确定度 $u_A(\bar{x})$ 的自由度为实验标准偏差 $s(x_k)$ 的自由度，即 $\nu=n-1$。实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 表征了被测量估计值 $\bar{x}$ 的分散性。

4.3.2.3　极差法

一般在测量次数较少时，可采用极差法评定获得 $s(x_k)$。在重复性条件或复现性条件下，对 X_i 进行 n 次独立重复观测，测得值中的最大值与最小值之差称为极差，用符

号 R 表示。在 X_i 可以估计接近正态分布的前提下，单个测得值 x_k 的实验标准差 $s(x_k)$ 可按公式（12）近似地评定：

$$s(x_k)=\frac{R}{C} \tag{12}$$

式中：

R ——极差；

C ——极差系数。

极差系数 C 及自由度 ν 可查表 1 得到。

表 1　极差系数 C 及自由度 ν

n	2	3	4	5	6	7	8	9
C	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.85	2.97
ν	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	5.3	6.0	6.8

被测量估计值的标准不确定度按公式（13）计算：

$$u_{\mathrm{A}}(\bar{x})=s(\bar{x})=s(x_k)/\sqrt{n}=\frac{R}{C\sqrt{n}} \tag{13}$$

例：对某被测件的长度进行 4 次测量的最大值与最小值之差为 3 cm，查表 1 得到极差系数 C 为 2.06，则长度测量的 A 类标准不确定度为：

$$u_{\mathrm{A}}(\bar{x})=\frac{R}{C\sqrt{n}}=\frac{3\ \mathrm{cm}}{2.06\times\sqrt{4}}=0.73\ \mathrm{cm}，自由度\ \nu=2.7$$

4.3.2.4　测量过程合并标准偏差的评定

对一个测量过程，采用核查标准和控制图的方法使测量过程处于统计控制状态，若每次核查时的测量次数为 n_j（自由度为 ν_j），每次核查时的实验标准偏差为 s_j，共核查 m 次，则统计控制下的测量过程的 A 类标准不确定度可以用合并实验标准偏差 s_{p} 表征。测量过程的实验标准偏差按公式（14）计算：

$$s(x)=s_{\mathrm{p}}=\sqrt{\left(\sum_{j=1}^{m}\nu_j s_j^2\right)/\sum_{j=1}^{m}\nu_j} \tag{14}$$

若每次核查的自由度相等（即每次核查时测量次数相同），则合并样本标准偏差按公式（15）计算：

$$s_{\mathrm{p}}=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}s_j^2}{m}} \tag{15}$$

式中：

s_{p} ——合并样本标准偏差，是测量过程长期组内标准偏差的统计平均值；

s_j ——第 j 次核查时的实验标准偏差；

m ——核查次数。

在过程参数 s_{p} 已知的情况下，由该测量过程对被测量 X 在同一条件下进行 n 次独立重复观测，以算术平均值 $\bar{x}$ 为测量结果，测量结果的 A 类标准不确定度按公式（16）

计算：

$$u_A(x)=u(\bar{x})=s_p/\sqrt{n} \tag{16}$$

在以后的测量中，只要测量过程受控，则由公式（16）可以确定测量任意次时被测量估计值的 A 类标准不确定度。若只测一次，即 $n=1$，则 $u_A(x)=s_p/\sqrt{n}=s_p$。

4.3.2.5　在规范化的常规检定、校准或检测中评定合并样本标准偏差

例如使用同一个计量标准或测量仪器在相同条件下检定或测量示值基本相同的一组同类被测件的被测量时，可以用该一组被测件的测得值作测量不确定度的 A 类评定。

若对每个被测件的被测量 X_j 在相同条件下进行 n 次独立测量，测得值为 x_{i1}，x_{i2}，…，x_{in}，其平均值为 $\bar{x}_i$；若有 m 个被测件，则有 m 组这样的测得值，可按公式（17）计算单个测得值的合并样本标准偏差 $s_p(x_k)$：

$$s_p(x_k)=\sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2} \tag{17}$$

式中：

i——组数，$i=1，2，\cdots，m$；

j——每组测量的次数，$j=1，2，\cdots，n$。

公式（17）给出的 $s_p(x_k)$，其自由度为 $m(n-1)$。

若对每个被测件已分别按 n 次重复测量算出了其实验标准偏差 s_i，则 m 组测得值的合并样本标准偏差 $s_p(x_k)$ 可按公式（18）计算：

$$s_p(x_k)=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}s_i^2} \tag{18}$$

当实验标准偏差 s_i 的自由度均为 ν_0 时，公式（18）给出的 $s_p(x_k)$ 的自由度为 $m\nu_0$。

若对 m 个被测量 X_i 分别重复测量的次数不完全相同，设各为 n_i，而 X_i 的实验标准偏差 $s(x_i)$ 的自由度为 ν_i，通过 m 个 s_i 与 ν_i 可得 $s_p(x_k)$，按公式（19）计算：

$$s_p(x_k)=\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\nu_i}\sum_{i=1}^{m}\nu_i s_i^2} \tag{19}$$

公式（19）给出的 $s_p(x_k)$ 的自由度为 $\nu=\sum_{i=1}^{m}\nu_i$。

由上述方法对某个被测件进行 n' 次测量时，所得测量结果最佳估计值的 A 类标准不确定度为：

$$u_A(\bar{x})=s(\bar{x})=s_p(x_k)/\sqrt{n'}$$

用这种方法可以增大评定的标准不确定度的自由度，也就提高了可信程度。

4.3.2.6　预评估重复性

在日常开展同一类被测件的常规检定、校准或检测工作中，如果测量系统稳定，测

量重复性无明显变化，则可用该测量系统以与测量被测件相同的测量程序、操作者、操作条件和地点，预先对典型的被测件的典型被测量值进行 n 次测量（一般 n 不小于10），由贝塞尔公式计算出单个测得值的实验标准偏差 $s(x_k)$，即测量重复性。在对某个被测件实际测量时可以只测量 n'次（$1\leqslant n'<n$），并以 n'次独立测量的算术平均值作为被测量的估计值，则该被测量估计值由于重复性导致的 A 类标准不确定度按公式（20）计算：

$$u(\bar{x})=s(\bar{x})=s(x)/\sqrt{n'} \tag{20}$$

用这种方法评定的标准不确定度的自由度仍为 $\nu=n-1$。应注意，当怀疑测量重复性有变化时，应及时重新测量和计算实验标准偏差 $s(x_k)$。

4.3.2.7　当输入量 X_i 的估计值 x_i 是由实验数据用最小二乘法拟合的曲线上得到时，曲线上任何一点和表征曲线拟合参数的标准不确定度，可用有关的统计程序评定。如果被测量估计值 x_i 在多次观测中呈现与时间有关的随机变化，则应采用专门的统计分析方法。例如频率测量中，需采用阿伦标准偏差（阿伦方差）。

4.3.2.8　A 类评定方法通常比用其他评定方法所得到的不确定度更为客观，并具有统计学的严格性，但要求有充分的重复次数。此外，这一测量程序中的重复测量所得的测得值，应相互独立。

4.3.2.9　A 类评定时应尽可能考虑随机效应的来源，使其反映到测得值中去。

注：例如：

1　若被测量是一批材料的某一特性，A 类评定时应该在这批材料中抽取足够多的样品进行测量，以便把不同样品间可能存在的随机差异导致的不确定度分量反映出来；

2　若测量仪器的调零是测量程序的一部分，获得 A 类评定的数据时应注意每次测量要重新调零，以便计入每次调零的随机变化导致的不确定度分量；

3　通过直径的测量计算圆的面积时，在直径的重复测量中，应随机地选取不同的方向测量；

4　在一个气压表上重复多次读取示值时，每次把气压表扰动一下，然后让它恢复到平衡状态后再进行读数。

4.3.3　标准不确定度的 B 类评定

4.3.3.1　B 类评定的方法是根据有关的信息或经验，判断被测量的可能值区间 $[\bar{x}-a,\bar{x}+a]$，假设被测量值的概率分布，根据概率分布和要求的概率 p 确定 k，则 B 类标准不确定度 u_B 可由公式（21）得到：

$$u_B=\frac{a}{k} \tag{21}$$

式中：

a ——被测量可能值区间的半宽度。

注：根据概率论获得的 k 称置信因子，当 k 为扩展不确定度的倍乘因子时称包含因子。

标准不确定度的 B 类评定的一般流程见图 3。

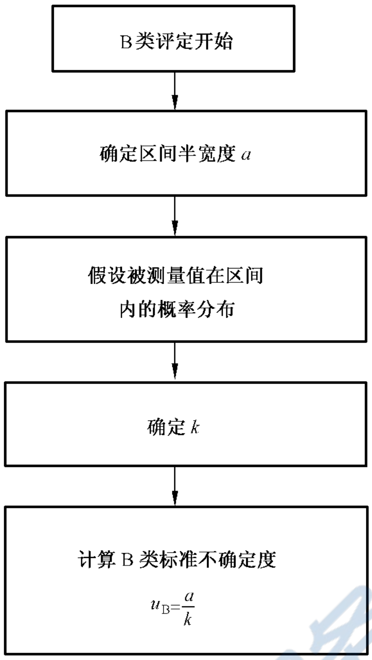

图 3　标准不确定度的 B 类评定流程图

4.3.3.2　区间半宽度 a 一般根据以下信息确定：

a）以前测量的数据；

b）对有关技术资料和测量仪器特性的了解和经验；

c）生产厂提供的技术说明书；

d）校准证书、检定证书或其他文件提供的数据；

e）手册或某些资料给出的参考数据；

f）检定规程、校准规范或测试标准中给出的数据；

g）其他有用的信息。

注：例如：

1　生产厂提供的测量仪器的最大允许误差为±Δ，并经计量部门检定合格，则评定仪器的不确定度时，可能值区间的半宽度为：$a=\Delta$；

2　校准证书提供的校准值，给出了其扩展不确定度为 U，则区间的半宽度为：$a=U$；

3　由手册查出所用的参考数据，其误差限为±Δ，则区间的半宽度为：$a=\Delta$；

4　由有关资料查得某参数的最小可能值为 a_- 和最大可能值为 a_+，最佳估计值为该区间的中点，则区间半宽度可估计为：$a=(a_+-a_-)/2$；

5　当测量仪器或实物量具给出准确度等级时，可以按检定规程规定的该等级的最大允许误差得到对应区间的半宽度；

6　必要时，可根据经验推断某量值不会超出的范围，或用实验方法来估计可能的区间。

4.3.3.3　k 的确定方法

a）已知扩展不确定度是合成标准不确定度的若干倍时，该倍数就是包含因子 k。

b）假设为正态分布时，根据要求的概率查表 2 得到 k。

表 2　正态分布情况下概率 p 与置信因子 k 间的关系

p	0.50	0.68	0.90	0.95	0.954 5	0.99	0.997 3
k	0.675	1	1.645	1.960	2	2.576	3

c）假设为非正态分布时，根据概率分布查表 3 得到 k。

表 3　常用非正态分布的置信因子 k 及 B 类标准不确定度 $u_B(x)$

分布类别	p（%）	k	$u_B(x)$
三角	100	$\sqrt{6}$	$a/\sqrt{6}$
梯形（$\beta=0.71$）	100	2	$a/2$
矩形（均匀）	100	$\sqrt{3}$	$a/\sqrt{3}$
反正弦	100	$\sqrt{2}$	$a/\sqrt{2}$
两点	100	1	a

注：表 3 中 β 为梯形的上底与下底之比，对于梯形分布来说，$k=\sqrt{6/(1+\beta^2)}$。当 β 等于 1 时，梯形分布变为矩形分布；当 β 等于 0 时，变为三角分布。

4.3.3.4　概率分布按以下不同情况假设：

a）被测量受许多随机影响量的影响，当它们各自的效应同等量级时，不论各影响量的概率分布是什么形式，被测量的随机变化近似正态分布。

b）如果有证书或报告给出的不确定度是具有包含概率为 0.95、0.99 的扩展不确定度 U_p（即给出 U_{95}、U_{99}），此时除非另有说明，可按正态分布来评定。

c）当利用有关信息或经验估计出被测量可能值区间的上限和下限，其值在区间外的可能几乎为零时，若被测量值落在该区间内的任意值处的可能性相同，则可假设为均匀分布（或称矩形分布、等概率分布）；若被测量值落在该区间中心的可能性最大，则假设为三角分布；若落在该区间中心的可能性最小，而落在该区间上限和下限的可能性最大，则可假设为反正弦分布。

d）已知被测量的分布是两个不同大小的均匀分布合成时，则可假设为梯形分布。

e）对被测量的可能值落在区间内的情况缺乏了解时，一般假设为均匀分布。

f）实际工作中，可依据同行专家的研究结果或经验来假设概率分布。

注：

1　由数据修约、测量仪器最大允许误差或分辨力、参考数据的误差限、度盘或齿轮的回差、平衡指示器调零不准、测量仪器的滞后或摩擦效应导致的不确定度，通常假设为均匀分布；

2　两相同均匀分布的合成、两个独立量之和值或差值服从三角分布；

3　度盘偏心引起的测角不确定度、正弦振动引起的位移不确定度、无线电测量中失配引起的不确定度、随时间正弦或余弦变化的温度不确定度，一般假设为反正弦分布（即 U 形分布）；

4　按级使用量块时（除 00 级以外），中心长度偏差的概率分布可假设为两点分布；

5　当被测量受服从均匀分布的角度 α 的影响呈 $1-\cos\alpha$ 的关系时，角度导致的不确定度、安装或调整测量仪器的水平或垂直状态导致的不确定度常假设为投影分布。

例：

若数字显示器的分辨力为 δ_x，由分辨力导致的标准不确定度分量 $u(x)$ 采用 B 类评定，则区间

半宽度为 $a=\delta_x/2$，假设可能值在区间内为均匀分布，查表得 $k=\sqrt{3}$，因此由分辨力导致的标准不确定度 $u(x)$ 为：

$$u(x)=\frac{a}{k}=\frac{\delta_x}{2\sqrt{3}}=0.29\delta_x$$

4.3.3.5　B类标准不确定度的自由度可按公式（22）近似计算：

$$\nu_i \approx \frac{1}{2}\frac{u^2(x_i)}{\sigma^2[u(x_i)]} \approx \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta[u(x_i)]}{u(x_i)}\right]^{-2} \tag{22}$$

根据经验，按所依据的信息来源的可信程度来判断 $u(x_i)$ 的相对标准不确定度 $\Delta[u(x_i)]/u(x_i)$。表4 列出了按公式（22）计算出的自由度 ν_i 值。

表 4　$\Delta[u(x_i)]/u(x_i)$ 与 ν_i 关系

$\Delta[u(x_i)]/u(x_i)$	ν_i
0	∞
0.10	50
0.20	12
0.25	8
0.50	2

除用户要求或为获得 U_p 而必须求得 u_c 的有效自由度外，一般情况下，B类评定的标准不确定度可以不给出其自由度。

4.3.3.6　B类标准不确定度的评定方法举例参见附录 A.1。

4.4　合成标准不确定度的计算

4.4.1　不确定度传播律

当被测量 Y 由 N 个其他量 X_1，X_2，…，X_N 通过线性测量函数 f 确定时，被测量的估计值 y 为：

$$y=f(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_N)$$

被测量的估计值 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 按公式（23）计算：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2 u^2(x_i)+2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}r(x_i,\ x_j)u(x_i)u(x_j)} \tag{23}$$

式中：

y——被测量 Y 的估计值，又称输出量的估计值。

x_i——输入量 X_i 的估计值，又称第 i 个输入量的估计值。

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$——被测量 Y 与有关的输入量 X_i 之间的函数对于输入量 x_i 的偏导数，称灵敏系数。

注：灵敏系数通常是对测量函数 f 在 $X_i=x_i$ 处取偏导数得到，也可用 c_i 表示。灵敏系数是一个有符号和单位的量值，它表明了输入量 x_i 的不确定度 $u(x_i)$ 影响被测量估计值的不确定度 $u_c(y)$ 的灵敏程度。有些情况下，灵敏系数难以通过函数 f 计算得到，可以用实验确定，即采用变化一个特定的 X_i，测量出由此引起的 Y 的变化。

$u(x_i)$——输入量 x_i 的标准不确定度。

$r(x_i, x_j)$ ——输入量 x_i 与 x_j 的相关系数，$r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)=u(x_i, x_j)$，

$u(x_i, x_j)$ ——输入量 x_i 与 x_j 的协方差。

公式（23）被称为不确定度传播律。

公式（23）是计算合成标准不确定度的通用公式，当输入量间相关时，需要考虑它们的协方差。

当各输入量间均不相关时，相关系数为零。被测量的估计值 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 按公式（24）计算：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2 u^2(x_i)} \tag{24}$$

当测量函数为非线性，由泰勒级数展开成为近似线性的测量模型。若各输入量间均不相关，必要时，被测量的估计值 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的表达式中应包括泰勒级数展开式中的高阶项。当每个输入量 X_i 都是正态分布时，考虑高阶项后的 $u_c(y)$ 可按公式（25）计算：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2 u^2(x_i)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right)^2+\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2}\right]u^2(x_i)u^2(x_j)} \tag{25}$$

常用的合成标准不确定度计算流程见图 4。

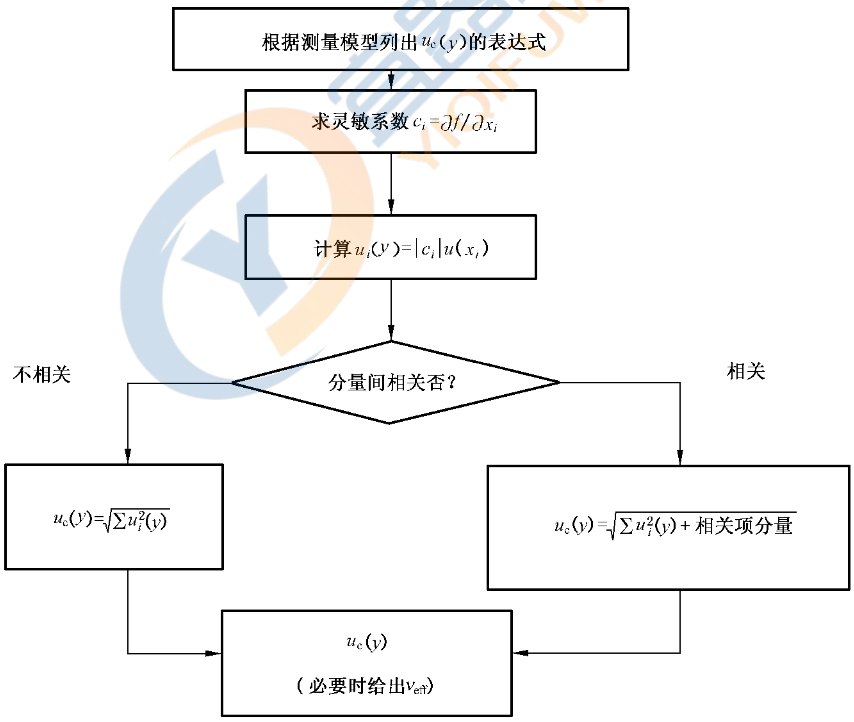

图 4 合成标准不确定度计算流程图

4.4.2 当输入量间不相关时，合成标准不确定度的计算

对于每一个输入量的标准不确定度 $u(x_i)$，设 $u_i(y)=\dfrac{\partial f}{\partial x_i}u(x_i)$，$u_i(y)$ 为相应于 $u(x_i)$ 的输出量 y 的不确定度分量。当输入量间不相关，即 $r(x_i, x_j)=0$ 时，公式（24）可变换为公式（26）：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}u_i^2(y)} \tag{26}$$

4.4.2.1 当简单直接测量，测量模型为 $y=x$ 时，应该分析和评定测量时导致测量不确定度的各分量 u_i，若相互间不相关，则合成标准不确定度按公式（27）计算：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}u_i^2} \tag{27}$$

注：例如：用卡尺测量工件的长度，测得值 y 就是卡尺上的读数 x。要分析用卡尺测量长度时影响测得值的各种不确定度来源，例如卡尺的不准、温度的影响等。这种情况下，应注意将测量不确定度分量的计量单位折算到被测量的计量单位。例如温度对长度测量的影响导致长度测得值的不确定度，应该通过被测件材料的温度系数将温度的变化折算到长度的变化。

4.4.2.2 当测量模型为 $Y=A_1X_1+A_2X_2+\cdots+A_NX_N$ 且各输入量间不相关时，合成标准不确定度可用公式（28）计算：

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}A_i{}^2u^2(x_i)} \tag{28}$$

4.4.2.3 当测量模型为 $Y=AX_1^{P_1}X_2^{P_2}\cdots X_N^{P_N}$ 且各输入量间不相关时，合成标准不确定度可用公式（29）计算：

$$u_c(y)/|y|=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[P_iu(x_i)/x_i]^2}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[P_iu_r(x_i)]^2} \tag{29}$$

当测量模型为 $Y=AX_1X_2\cdots X_N$ 且各输入量间不相关时，公式（29）变换为公式（30）：

$$u_c(y)/|y|=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[u(x_i)/x_i]^2} \tag{30}$$

注：只有在测量函数是各输入量的乘积时，可由输入量的相对标准不确定度计算输出量的相对标准不确定度。

4.4.3 各输入量间正强相关，相关系数为 1 时，合成标准不确定度应按公式（31）计算：

$$u_c(y)=\left|\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial f}{\partial x_i}u(x_i)\right|=\left|\sum_{i=1}^{N}c_iu(x_i)\right| \tag{31}$$

若灵敏系数为 1，则公式（31）变换为公式（32）：

$$u_c(y)=\sum_{i=1}^{N}u(x_i) \tag{32}$$

4.4.4 各输入量间相关时合成标准不确定度的计算

4.4.4.1 协方差的估计方法

a）两个输入量的估计值 x_i 与 x_j 的协方差在以下情况时可取为零或忽略不计：

1）x_i 和 x_j 中任意一个量可作为常数处理；

2）在不同实验室用不同测量设备、不同时间测得的量值；

3）独立测量的不同量的测量结果。

b）用同时观测两个量的方法确定协方差估计值：

1）设 x_{ik}，x_{jk} 分别是 X_i 及 X_j 的测得值。下标 k 为测量次数（$k=1$，2，…，n）。$\bar{x}_i$，$\bar{x}_j$ 分别为第 i 个和第 j 个输入量的测得值的算术平均值；两个重复同时观测的输入量 x_i，x_j 的协方差估计值 $u(x_i, x_j)$ 可由公式（33）确定：

$$u(x_i, x_j)=\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(x_{ik}-\bar{x}_i)(x_{jk}-\bar{x}_j) \tag{33}$$

例如：一个振荡器的频率与环境温度可能有关，则可以把频率和环境温度作为两个输入量，同时观测每个温度下的频率值，得到一组 t_{ik}，f_{jk} 数据，共观测 n 组。由公式（33）可以计算它们的协方差。如果协方差为零，说明频率与温度无关，如果协方差不为零，就显露出它们间的相关性，由公式（23）计算合成标准不确定度。

2）当两个量均因与同一个量有关而相关时，协方差的估计方法：

设 $x_i=F(q)$，$x_j=G(q)$

式中，q 为使 x_i 与 x_j 相关的变量 Q 的估计值，F，G 分别表示两个量与 q 的测量函数。则 x_i 与 x_j 的协方差按公式（34）计算：

$$u(x_i, x_j)=\frac{\partial F}{\partial q}\frac{\partial G}{\partial q}u^2(q) \tag{34}$$

如果有多个变量使 x_i 与 x_j 相关，当 $x_i=F(q_1, q_2, \cdots, q_L)$，$x_j=G(q_1, q_2, \cdots, q_L)$ 时，协方差按公式（35）计算：

$$u(x_i, x_j)=\sum_{k=1}^{L}\frac{\partial F}{\partial q_k}\frac{\partial G}{\partial q_k}u^2(q_k) \tag{35}$$

4.4.4.2 相关系数的估计方法

a）根据对两个量 X 和 Y 同时观测的 n 组测量数据，相关系数的估计值按公式（36）计算：

$$r(x, y)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})(y_i-\bar{Y})}{(n-1)s(x)s(y)} \tag{36}$$

式中：$s(x)$，$s(y)$ ——x 和 y 的实验标准偏差。

b）如果两个输入量的测得值 x_i 和 x_j 相关，x_i 变化 δ_i 会使 x_j 相应变化 δ_j，则 x_i 和 x_j 的相关系数可用经验公式（37）近似估计：

$$r(x_i, x_j)\approx\frac{u(x_i)\delta_j}{u(x_j)\delta_i} \tag{37}$$

式中：$u(x_i)$ 和 $u(x_j)$ ——x_i 和 x_j 的标准不确定度。

4.4.4.3 采用适当方法去除相关性

a）将引起相关的量作为独立的附加输入量引入测量模型

例如，若被测量估计值的测量模型为 $y=f(x_i, x_j)$，在确定被测量 Y 时，用某一温度计来确定输入量 X_i 估计值的温度修正值 x_i，并用同一温度计来确定另一个输入量 X_j 估计值的温度修正值 x_j，这两个温度修正值 x_i 和 x_j 就明显相关了。$x_i=F(T)$，$x_j=G(T)$，也就是说 x_i 和 x_j 都与温度有关，由于用同一个温度计测量，如果该温度计示值偏大，两者的修正值同时受影响，所以 $y=f[x_i(T), x_j(T)]$ 中两个输入量 x_i 和 x_j 是相关的。然而，只要在

测量模型中把温度 T 作为独立的附加输入量，即 $y=f(x_i, x_j, T)$，x_i、x_j，为输入量 X_i、X_j 的估计值，附加输入量 T 具有与上述两个量不相关的标准不确定度，则在计算合成标准不确定度时就不须再引入 x_i 与 x_j 的协方差或相关系数了。

b）采取有效措施变换输入量

例如，在量块校准中校准值的不确定度分量中包括标准量块的温度 θ_s 及被校量块的温度 θ 两个输入量，即 $L=f(\theta_s, \theta, \cdots)$。由于两个量块处在实验室的同一测量装置上，温度 θ_s 与 θ 是相关的。但只要将 θ 变换成 $\theta=\theta_s+\delta_\theta$，这样就把被校量块与标准量块的温度差 δ_θ 与标准量块的温度 θ_s 作为两个输入量，此时这两个输入量间就不相关了，即 $L=f(\theta_s, \delta_\theta, \cdots)$ 中 θ_s 与 δ_θ 不相关。

4.4.5 合成标准不确定度的有效自由度

4.4.5.1 合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的自由度称为有效自由度，用符号 ν_{eff}表示。它表示了评定的 $u_c(y)$ 的可靠程度，ν_{eff}越大，评定的 $u_c(y)$ 越可靠。

4.4.5.2 在以下情况时需要计算有效自由度 ν_{eff}：

a）当需要评定 U_p 时为求得 k_p 而必须计算 $u_c(y)$ 的有效自由度 ν_{eff}；

b）当用户为了解所评定的不确定度的可靠程度而提出要求时。

4.4.5.3 当各分量间相互独立且输出量接近正态分布或 t 分布时，合成标准不确定度的有效自由度通常可按公式（38）计算：

$$\nu_{\text{eff}}=\frac{u_c^4(y)}{\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \tag{38}$$

且

$$\nu_{\text{eff}}\leqslant\sum_{i=1}^{N}\nu_i$$

当测量模型为 $Y=AX_1^{P_1}X_2^{P_2}\cdots X_N^{P_N}$ 时，有效自由度可用相对标准不确定度的形式计算，见公式（39）：

$$\nu_{\text{eff}}=\frac{[u_c(y)/y]^4}{\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{[P_iu(x_i)/x_i]^4}{\nu_i}} \tag{39}$$

实际计算中，得到的有效自由度 ν_{eff}不一定是一个整数。如果不是整数，可以采用将 ν_{eff}的数字舍去小数部分取整。

例如：若计算得到 $\nu_{\text{eff}}=12.85$，则取 $\nu_{\text{eff}}=12$。

注：有效自由度计算举例：

设 $Y=f(X_1, X_2, X_3)=bX_1X_2X_3$，其中 X_1，X_2，X_3 的估计值 x_1，x_2，x_3 分别是 n_1，n_2，n_3 次测量的算术平均值，$n_1=10$，$n_2=5$，$n_3=15$。它们的相对标准不确定度分别为：$u(x_1)/x_1=0.25\%$，$u(x_2)/x_2=0.57\%$，$u(x_3)/x_3=0.82\%$。在这种情况下：

$$\frac{u_c(y)}{y}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[P_iu(x_i)/x_i]^2}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[u(x_i)/x_i]^2}=1.03\%$$

$$\nu_{\text{eff}}=\frac{1.03^4}{\frac{0.25^4}{10-1}+\frac{0.57^4}{5-1}+\frac{0.82^4}{15-1}}=19.0=19$$

4.4.6 合成标准不确定度的评定方法举例参见附录 A.2。

4.5 扩展不确定度的确定

4.5.1 扩展不确定度是被测量可能值包含区间的半宽度。扩展不确定度分为 U 和 U_p 两种。在给出测量结果时，一般情况下报告扩展不确定度 U。

4.5.2 扩展不确定度 U

扩展不确定度 U 由合成标准不确定度 u_c 乘包含因子 k 得到，按公式（40）计算：

$$U = ku_c \tag{40}$$

测量结果可用公式（41）表示：

$$Y = y \pm U \tag{41}$$

y 是被测量 Y 的估计值，被测量 Y 的可能值以较高的包含概率落在 $[y-U, y+U]$ 区间内，即 $y-U \leqslant Y \leqslant y+U$。被测量的值落在包含区间内的包含概率取决于所取的包含因子 k 的值，k 值一般取 2 或 3。

当 y 和 $u_c(y)$ 所表征的概率分布近似为正态分布时，且 $u_c(y)$ 的有效自由度较大情况下，若 $k=2$，则由 $U=2u_c$ 所确定的区间具有的包含概率约为 95%。若 $k=3$，则由 $U=3u_c$ 所确定的区间具有的包含概率约为 99%。

在通常的测量中，一般取 $k=2$。当取其他值时，应说明其来源。当给出扩展不确定度 U 时，一般应注明所取的 k 值；若未注明 k 值，则指 $k=2$。

注：应当注意，用 k 乘以 u_c 并不提供新的信息，仅仅是对不确定度的另一种表示形式。在大多数情况下，由扩展不确定度所给出的包含区间具有的包含概率是相当不确定的，不仅因为对用 y 和 $u_c(y)$ 表征的概率分布了解有限，而且因为 $u_c(y)$ 本身具有不确定度。

4.5.3 扩展不确定度 U_p

当要求扩展不确定度所确定的区间具有接近于规定的包含概率 p 时，扩展不确定度用符号 U_p 表示，当 p 为 0.95 或 0.99 时，分别表示为 U_{95} 和 U_{99}。

U_p 由公式（42）获得：

$$U_p = k_p u_c \tag{42}$$

k_p 是包含概率为 p 时的包含因子，由公式（43）获得：

$$k_p = t_p(\nu_{\mathrm{eff}}) \tag{43}$$

根据合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的有效自由度 ν_{eff} 和需要的包含概率，查《t 分布在不同概率 p 与自由度 ν 时的 $t_p(\nu)$ 值（t 值）表》（见附录 B）得到 $t_p(\nu_{\mathrm{eff}})$ 值，该值即包含概率为 p 时的包含因子 k_p 值。

扩展不确定度 $U_p = k_p u_c(y)$ 提供了一个具有包含概率为 p 的区间 $y \pm U_p$。

在给出 U_p 时，应同时给出有效自由度 ν_{eff}。

4.5.4 如果可以确定 Y 可能值的分布不是正态分布，而是接近于其他某种分布，则不应按 $k_p = t_p(\nu_{\mathrm{eff}})$ 计算 U_p。

例如：Y 可能值近似为矩形分布，取 $p=0.95$ 时 $k_p=1.65$；取 $p=0.99$ 时 $k_p=1.71$；取 $p=1$ 时 $k_p=1.73$。

5 测量不确定度的报告与表示

5.1 测量不确定度报告

5.1.1　完整的测量结果应报告被测量的估计值及其测量不确定度以及有关的信息。报告应尽可能详细，以便使用者可以正确地利用测量结果。只有对某些用途，如果认为测量不确定度可以忽略不计，则测量结果可表示为单个测得值，不需要报告其测量不确定度。

5.1.2　通常在报告以下测量结果时，使用合成标准不确定度 $u_c(y)$，必要时给出其有效自由度 ν_{eff}：

a）基础计量学研究；

b）基本物理常量测量；

c）复现国际单位制单位的国际比对（根据有关国际规定，亦可能采用 $k=2$ 的扩展不确定度）。

5.1.3　除上述规定或有关各方约定采用合成标准不确定度外，通常在报告测量结果时都用扩展不确定度表示。

当涉及工业、商业及健康和安全方面的测量时，如果没有特殊要求，一律报告扩展不确定度 U，一般取 $k=2$。

5.1.4　测量不确定度报告一般包括以下内容：

a）被测量的测量模型；

b）不确定度来源；

c）输入量的标准不确定度 $u(x_i)$ 的值及其评定方法和评定过程；

d）灵敏系数 $c_i=\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$；

e）输出量的不确定度分量 $u_i(y)=|c_i|u(x_i)$，必要时给出各分量的自由度 ν_i；

f）对所有相关的输入量给出其协方差或相关系数；

g）合成标准不确定度 u_c 及其计算过程，必要时给出有效自由度 ν_{eff}；

h）扩展不确定度 U 或 U_p 及其确定方法；

i）报告测量结果，包括被测量的估计值及其测量不确定度。

通常测量不确定度报告除文字说明外，必要时可将上述主要内容和数据列成表格。

5.1.5　当用合成标准不确定度报告测量结果时，应：

a）明确说明被测量 Y 的定义；

b）给出被测量 Y 的估计值 y、合成标准不确定度 $u_c(y)$ 及其计量单位，必要时给出有效自由度 ν_{eff}；

c）必要时也可给出相对标准不确定度 $u_{crel}(y)$。

5.2　测量不确定度的表示

5.2.1　合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的报告可用以下三种形式之一。

例如，标准砝码的质量为 m_s，被测量的估计值为 100.021 47 g，合成标准不确定度 $u_c(m_s)$ ＝0.35 mg，则报告为：

a）m_s＝100.021 47 g；合成标准不确定度 $u_c(m_s)$ ＝0.35 mg。

b）m_s＝100.021 47（35）g；括号内的数是合成标准不确定度的值，其末位与前面结果内末位数对齐。

c）m_s＝100.021 47（0.000 35）g；括号内是合成标准不确定度的值，与前面结果有相同计量单位。

形式 b）常用于公布常数、常量。

注：为了避免与扩展不确定度混淆，本规范对合成标准不确定度的报告，规定不使用 m_s＝（100.021 47±0.000 35）g 的形式。

5.2.2　当用扩展不确定度 U 或 U_p 报告测量结果的不确定度时，应：

a）明确说明被测量 Y 的定义；

b）给出被测量 Y 的估计值 y 及其扩展不确定度 U 或 U_p，包括计量单位；

c）必要时也可给出相对扩展不确定度 U_{rel}；

d）对 U 应给出 k 值，对 U_p 应给出 p 和 ν_{eff}。

5.2.2.1　$U=ku_c(y)$ 的报告可用以下四种形式之一。

例如，标准砝码的质量为 m_s，被测量的估计值为 100.021 47 g，$u_c(y)$＝0.35 mg，取包含因子 $k=2$，$U=2\times0.35$ mg＝0.70 mg，则报告为：

a）m_s＝100.021 47 g，U＝0.70 mg；$k=2$。

b）m_s＝（100.021 47±0.000 70）g；$k=2$。

c）m_s＝100.021 47（70）g；括号内为 $k=2$ 的 U 值，其末位与前面结果内末位数对齐。

d）m_s＝100.021 47（0.000 70）g；括号内为 $k=2$ 时的 U 值，与前面结果有相同计量单位。

5.2.2.2　$U_p=k_pu_c(y)$ 的报告可用以下四种形式之一。

例如，标准砝码的质量为 m_s，被测量的估计值为 100.021 47 g，$u_c(y)$＝0.35 mg，$\nu_{eff}=9$，按 $p=95\%$，查附录 B 得 $k_p=t_{95}(9)=2.26$，$U_{95}=2.26\times0.35$ mg＝0.79 mg，则：

a）m_s＝100.021 47 g，U_{95}＝0.79 mg，$\nu_{eff}=9$。

b）m_s＝（100.021 47±0.000 79）g，$\nu_{eff}=9$，括号内第二项为 U_{95} 之值。

c）m_s＝100.021 47（79）g，$\nu_{eff}=9$，括号内为 U_{95} 之值，其末位与前面结果内末位数对齐。

d）m_s＝100.021 47（0.000 79）g，$\nu_{eff}=9$，括号内为 U_{95} 之值，与前面结果有相同计量单位。

注：当给出扩展不确定度 U_p 时，为了明确起见，推荐以下说明方式，例如：m_s＝（100.021 47±0.000 79）g，式中，正负号后的值为扩展不确定度 $U_{95}=k_{95}u_c$，其中，合成标准不确定度 $u_c(m_s)$＝0.35 g，自由度 $\nu_{eff}=9$，包含因子 $k_p=t_{95}(9)=2.26$，从而具有包含概率为 95% 的包含区间。

5.3　报告不确定度时的其他要求

5.3.1　相对不确定度的表示应加下标 r 或 rel。例如：相对合成标准不确定度 u_r 或 u_{rel}；相对扩展不确定度 U_r 或 U_{rel}。测量结果的相对不确定度 U_{rel} 或 u_{rel} 的报告形式举例如下：

a）m_s＝100.021 47（1±7.0×10^{-6}）g，$k=2$，式中正负号后的数为 U_{rel} 的值。

b）m_s＝100.021 47 g；$U_{95rel}=7.0\times10^{-6}$，$\nu_{eff}=9$。

5.3.2　在用户对合成标准不确定度与扩展不确定度这些术语还不太熟悉的情况下，必

要时在技术报告或科技文章中报告测量结果的不确定度时可作如下说明："合成标准不确定度（标准偏差）u_c"，"扩展不确定度（二倍标准偏差估计值）U"。

5.3.3　测量不确定度表述和评定时应采用规定的符号，见附录C。

5.3.4　不确定度单独表示时，不要加"±"号。

例如：u_c＝0.1 mm或U＝0.2 mm，不应写成u_c＝±0.1 mm或U＝±0.2 mm。

5.3.5　在给出合成标准不确定度时，不必说明包含因子k或包含概率p。

注：如写成u_c＝0.1 mm（k＝1）是不对的，括号内关于k的说明是不需要的，因为合成标准不确定度u_c是标准偏差，它是一个表明分散性的参数。

5.3.6　扩展不确定度U取k＝2或k＝3时，不必说明p。

5.3.7　不带形容词的"不确定度"或"测量不确定度"用于一般概念性的叙述。当定量表示某一被测量估计值的不确定度时要说明是"合成标准不确定度"还是"扩展不确定度"。

5.3.8　估计值y的数值和它的合成标准不确定度$u_c(y)$或扩展不确定度U的数值都不应该给出过多的位数。

5.3.8.1　通常最终报告的$u_c(y)$和U根据需要取一位或两位有效数字。

注：$u_c(y)$和U的有效数字的首位为1或2时，一般应给出两位有效数字。

对于评定过程中的各不确定度分量$u(x_i)$或$u_i(y)$，为了在连续计算中避免修约误差导致不确定度而可以适当保留多一些位数。

5.3.8.2　当计算得到的$u_c(y)$和U有过多位的数字时，一般采用常规的修约规则将数据修约到需要的有效数字，修约规则参见GB/T 8170—2008《数值修约规则与极限数值的表示和判定》。有时也可以将不确定度最末位后面的数都进位而不是舍去。

注：例如：U＝28.05 kHz，需取两位有效数字，按常规的修约规则修约后写成28 kHz。

又如：U＝10.47 mΩ，有时可以进位到11 mΩ；U＝28.05 kHz也可以写成29 kHz。

5.3.8.3　通常，在相同计量单位下，被测量的估计值应修约到其末位与不确定度的末位一致。

注：如：若y＝10.057 62 Ω，U＝27 mΩ，报告时由于U＝0.027 Ω，则y应修约到10.058 Ω。

6　测量不确定度的应用

6.1　校准证书中报告测量不确定度的要求

6.1.1　在校准证书中，校准值或修正值的不确定度一般应针对每次校准时的实际情况进行评定。

注：

1　校准值或修正值的不确定度是与被测件有关的，不同被测件用同一计量标准进行校准时，如果被测件的重复性和分辨力不同，其校准值或修正值的不确定度也不相同。

2　校准值或修正值的不确定度仅是在校准时的测量条件下获得的，不包含被测件的长期稳定性，也不包括用户使用条件不同引入的不确定度。

6.1.2　测量不确定度是对应于每个测量结果的，因此对不同参数、不同测量范围的不同量值，应分别给出相应的测量不确定度。只有当在测量范围内测量不确定度相同时，可以统一说明。

6.2　实验室的校准和测量能力表示

在实验室认可时，实验室的校准和测量能力是用实验室能达到的测量范围及在该范围内相应的测量不确定度表述的，实验室的校准和测量能力的表示方法应执行有关认可组织的文件。

注：目前，实验室的校准和测量能力常用的表示方式有：

1　当在测量范围内测量不确定度的值不随被测量值的大小而变，或在整个测量范围内相对不确定度不变，则可用一个测量不确定度值表示校准和测量能力。

2　当在测量范围内不能用一个测量不确定度值表示校准和测量能力时，可以：

a）将测量范围分为若干个小范围，按段分开表示。必要时可给出每段的最大测量不确定度。

b）用被测量值或参数的函数形式表示。

3　当不确定度的值不仅取决于被测量的值，还与相关的其他参量有关时，校准和测量能力最好用矩阵形式表示。

在实际情况下，矩阵形式有时带来不便，校准和测量能力有时用测量范围及对应于该范围的最小不确定度和最大不确定度的范围表示，同时给出最小测量不确定度的点。

4　必要时，校准和测量能力用图形表示。此时，为使得到的测量不确定度有2位有效数字，每个数轴应有足够的分辨力。

6.3　其他情况应用

6.3.1　测量不确定度在合格评定中的应用见JJF 1059.3。

6.3.2　在工业、商业等日常的大量测量中，有时虽然没有任何明确的不确定度报告，但所用的测量仪器是经过检定处于合格状态，并且测量程序有技术文件明确规定，则其不确定度可以由技术指标或规定的文件评定。

6.3.3　在与测量有关的科研项目立项和方案论证时，应该提出目标不确定度，并做出测量不确定度预先分析报告，论证目标不确定度的可行性。

附录 A

测量不确定度评定方法举例（参考件）

A.1 标准不确定度的 B 类评定方法举例

A.1.1 校准证书上给出标称值为 1 000 g 的不锈钢标准砝码质量 m_s 的校准值为 1 000.000 325 g，且校准不确定度为 24 μg（按三倍标准偏差计），求砝码的标准不确定度。

［解］$a=U=24\ \mu g$，$k=3$，则砝码的标准不确定度为：

$$u(m_s)=24\ \mu g/3=8\ \mu g$$

A.1.2 校准证书上说明标称值为 10 Ω 的标准电阻，在 23 ℃时的校准值为 10.000 074 Ω，扩展不确定度为 90 μΩ，包含概率为 0.99，求电阻校准值的相对标准不确定度。

［解］由校准证书的信息知道：

$$a=U_{99}=90\ \mu\Omega，\ p=0.99；$$

设为正态分布，查表得到 $k=2.58$，则电阻的标准不确定度为：

$$u(R_s)=90\ \mu\Omega/2.58=35\ \mu\Omega$$

相对标准不确定度为：$u(R_s)/R_s=35\ \mu\Omega/10.000\ 074\ \Omega=3.5\times10^{-6}$。

A.1.3 手册给出了纯铜在 20 ℃时线热膨胀系数 $\alpha_{20}(\mathrm{Cu})$ 为 $16.52\times10^{-6}℃^{-1}$，并说明此值的误差不超过 $\pm0.40\times10^{-6}℃^{-1}$，求 $\alpha_{20}(\mathrm{Cu})$ 的标准不确定度。

［解］：根据手册提供的信息，$a=0.40\times10^{-6}℃^{-1}$，依据经验假设为等概率地落在区间内，即均匀分布，查表得 $k=\sqrt{3}$。

铜的线热膨胀系数 $\alpha_{20}(\mathrm{Cu})$ 的标准不确定度为：

$$u(\alpha_{20})=0.40\times10^{-6}\ ℃^{-1}/\sqrt{3}=0.23\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

A.1.4 在手册中给出黄铜在 20 ℃时的线热膨胀系数为 $\alpha_{20}=16.66\times10^{-6}℃^{-1}$，并说明最小可能值是 $16.40\times10^{-6}℃^{-1}$，最大可能值是 $16.92\times10^{-6}℃^{-1}$。求线热膨胀系数的标准不确定度。

［解］：由手册给出的信息知道：

$$a_-=16.40\times10^{-6}\ ℃^{-1}，\ a_+=16.92\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

则区间半宽度为：

$$a=\frac{1}{2}(a_+-a_-)=\frac{1}{2}(16.92-16.40)\times10^{-6}\ ℃^{-1}=0.26\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

假设在区间内为均匀分布，取 $k=\sqrt{3}$，则黄铜的线热膨胀系数的标准不确定度为：

$$u(\alpha_{20})=0.26\times10^{-6}\ ℃^{-1}/\sqrt{3}=0.15\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

A.1.5 由数字电压表的仪器说明书得知，该电压表的最大允许误差为±（$14\times10^{-6}\times$读数$+2\times10^{-6}\times$量程），在 10 V 量程上测 1 V 电压，测量 10 次，取其平均值作为测量结果，$\bar{V}=0.928\ 571$ V，平均值的实验标准偏差为 $s(\bar{X})=12\ \mu V$。求电压表仪器的标

准不确定度。

［解］电压表最大允许误差的模为区间的半宽度：

$$a=(14\times10^{-6}\times0.928\ 571\ \mathrm{V}+2\times10^{-6}\times10\ \mathrm{V})=33\times10^{-6}\ \mathrm{V}=33\ \mu\mathrm{V}$$

设在区间内为均匀分布，查表得到 $k=\sqrt{3}$，则电压表仪器的标准不确定度为：

$$u(V)=33\ \mu\mathrm{V}/\sqrt{3}=19\ \mu\mathrm{V}$$

A.2 合成标准不确定度评定方法举例

A.2.1 一台数字电压表的技术说明书中说明："在仪器校准后的两年内，示值的最大允许误差为±（14×10^{-6}×读数+2×10^{-6}×量程）。"在校准后的 20 个月时，在 1 V 量程上测量电压 V，一组独立重复观测值的算术平均值为 $\bar{V}=0.928\ 571$ V，其重复性导致的标准不确定度为 A 类评定得到：$u_{\mathrm{A}}(\bar{V})=12\ \mu\mathrm{V}$，附加修正值 $\Delta\bar{V}=0$，修正值的不确定度 $u(\Delta\bar{V})=2.0\ \mu\mathrm{V}$。求该电压测量结果的合成标准不确定度。

［解］测量模型：$y=\bar{V}+\Delta\bar{V}$

1）A 类标准不确定度：$u_{\mathrm{A}}(\bar{V})=12\ \mu\mathrm{V}$

2）B 类标准不确定度：

读数：$\bar{V}=0.928\ 571$ V，量程：1 V

区间半宽度：$a=14\times10^{-6}\times0.928\ 571\ \mathrm{V}+2\times10^{-6}\times1\ \mathrm{V}=15\ \mu\mathrm{V}$

假设可能值在区间内为均匀分布，$k=\sqrt{3}$，则：

$$u_{\mathrm{B}}(\bar{V})=\frac{a}{k}=\frac{15\mu\mathrm{V}}{\sqrt{3}}=8.7\ \mu\mathrm{V}$$

3）修正值的不确定度：$u(\Delta\bar{V})=2.0\ \mu\mathrm{V}$

合成标准不确定度：

可以判断三个不确定度分量不相关，则：

$$u_{\mathrm{c}}(\bar{V})=\sqrt{u_{\mathrm{A}}^{2}(\bar{V})+u_{\mathrm{B}}^{2}(\bar{V})+u(\Delta\bar{V})}=\sqrt{(12\ \mu\mathrm{V})^{2}+(8.7\ \mu\mathrm{V})^{2}+(2.0\ \mu\mathrm{V})^{2}}=15\ \mu\mathrm{V}$$

所以，电压测量结果为：最佳估计值为 0.928 571 V，其合成标准不确定度为 15 μV。

注意：在此例中，虽然因为认为修正值为零，而未加修正值，但须考虑修正值的不确定度。

A.2.2 如果加在一个随温度变化的电阻两端的电压为 V，在温度 t_0 时的电阻为 R_0，电阻的温度系数为 α，在温度 t 时电阻损耗的功率 P 为被测量，被测量 P 与 V，R_0，α 和 t 的函数关系为：

$$P=V^{2}/\{R_{0}[1+\alpha(t-t_{0})]\}$$

问测量结果的合成标准不确定度的计算方法。

［解］由于各输入量之间不相关，合成方差为：

$$u_{\mathrm{c}}^{2}(P)=\left[\frac{\partial P}{\partial V}\right]^{2}u^{2}(V)+\left[\frac{\partial P}{\partial R_{0}}\right]^{2}u^{2}(R_{0})+\left[\frac{\partial P}{\partial \alpha}\right]^{2}u^{2}(\alpha)+\left[\frac{\partial P}{\partial t}\right]^{2}u^{2}(t)$$

式中的灵敏系数为：

$$\left[\frac{\partial P}{\partial V}\right]=2V/R_{0}[1+\alpha(t-t_{0})]=2P/V$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial R_0}\right]=-V^2/R_0^2\ [1+\alpha(t-t_0)]=-P/R_0$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial \alpha}\right]=-V^2(t-t_0)/R_0\ [1+\alpha(t-t_0)]^2=-P(t-t_0)/[1+\alpha(t-t_0)]$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial t}\right]=-V^2\alpha/R_0\ [1+\alpha(t-t_0)]^2=-P\alpha/[1+\alpha(t-t_0)]$$

将实际数据代入合成方差的公式中就可以求得合成标准不确定度 $u_c(P)$。

A.2.3　被测量功率 P 是输入量电流 I 和温度 t 的函数。测量模型为 $P=C_0I^2\ (t+t_0)$，其中，C_0 和 t_0 是已知常数且不确定度可忽略。用同一个标准电阻 R_s 确定电流和温度，电流是用一个数字电压表测量出标准电阻两端的电压来确定的，温度是用一个电阻电桥和标准电阻测量出温度传感器的电阻 $R_t(t)$ 确定的，由电桥上读出 $R_t(t)\ /R_s=\beta(t)$。所以输入量电流 I 和温度 t 分别由以下两式得到：$I=V_s/R_s$，$t=\alpha\beta^2(t)\ R_s{}^2-t_0$。$\alpha$ 为已知常数，其不确定度可忽略。

问测量结果的合成标准不确定度的计算方法。

［解］计算步骤如下：

1）测量模型：$P=C_0I^2\ (t+t_0)$

其中：$I=V_s/R_s$；$t=\alpha\beta^2R_s{}^2-t_0$。

2）输入量 I 的标准不确定度 $u(I)$：

I 的测量模型：$I=V_s/R_s=V_sR_s^{-1}$

$$\frac{u(I)}{I}=\sqrt{\left[\frac{u(V_s)}{V_s}\right]^2+\left[\frac{u(R_s)}{R_s}\right]^2}$$

3）输入量 t 的标准不确定度 $u\ (t)$：

t 的测量模型：$t=\alpha\beta^2R_s{}^2-t_0$

灵敏系数：

由于 α 和 t_0 为已知常数，其不确定度可忽略。所以，上式中有两个输入量：β 和 R_s。

$$\left[\frac{\partial t}{\partial \beta}\right]^2=(2\alpha\beta R_s^2)^2=4\alpha^2\beta^2R_s^4=\frac{4\ (t+t_0)^2}{\beta^2}$$

$$\left[\frac{\partial t}{\partial R_s}\right]^2=(2\alpha\beta^2R_s)^2=4\alpha^2\beta^4R_s^2=\frac{4\ (t+t_0)^2}{R_s^2}$$

由于 β 与 R_s 不相关，t 的标准不确定度为：

$$u(t)=\sqrt{\left[\frac{\partial t}{\partial \beta}\right]^2u^2(\beta)+\left[\frac{\partial t}{\partial R_s}\right]^2u^2(R_s)}=\sqrt{4\ (t+t_0)^2\left[\frac{u^2(\beta)}{\beta^2}+\frac{u^2(R_s)}{R_s^2}\right]}$$

4）求 I 与 t 的协方差：

因为 I 与 t 都与 R_s 有关，所以 I 与 t 的两个标准不确定度分量是相关的，它们的协方差 $u(I,\ t)$ 可根据下式求得：

$$u(I,\ t)=\frac{\partial I}{\partial R_s}\frac{\partial t}{\partial R_s}u^2(R_s)$$

$$=[-V_s/R_s^2][2\alpha\beta^2 R_s]u^2(R_s)=-\frac{2I(t+t_0)}{R_s^2}u^2(R_s)$$

5）测量结果 P 的合成标准不确定度：

P 的测量模型：$P=C_0 I^2\ (t+t_0)$

由于 $u\ (C_0)\ \approx 0$，$u\ (t_0)\ \approx 0$，此测量模型中只有两个输入量：I 和 t，且它们间相关，所以由 I 和 t 的方差及它们的协方差得到 P 的方差：

$$\frac{u_c^2(P)}{P^2}=4\frac{u^2(I)}{I^2}-4\frac{u(I,\ t)}{I(t+t_0)}+\frac{u^2(t)}{(t+t_0)^2}$$

得到：$\dfrac{u_c(P)}{P}=\sqrt{4\dfrac{u^2(I)}{I^2}+\dfrac{u^2(t)}{(t+t_0)^2}-4\dfrac{u(I,\ t)}{I(t+t_0)}}$

式中：

$$\frac{u(I)}{I}=\sqrt{\left[\frac{u(V_s)}{V_s}\right]^2+\left[\frac{u(R_s)}{R_s}\right]^2}$$

$$u(t)=\sqrt{4\ (t+t_0)^2\left[\frac{u^2(\beta)}{\beta^2}+\frac{u^2(R_s)}{R_s^2}\right]}$$

$$u(I,\ t)=-\frac{2I(t+t_0)}{R_s^2}u^2(R_s)$$

将实际数据代入公式中就可以求得相对合成标准不确定度 $u_c(P)\ /P$。

注意：在此例中，如果将 I 和 t 与 R_s 的函数关系代入测量模型中，则在测量模型中引入了 R_s 量，得到新的测量模型为：

$$P=\frac{C_0 V_s^2}{R_s^2[\alpha\beta^2 R_s^2]}=\frac{C_0 V_s^2}{\alpha\beta^2 R_s^4}$$

在这个测量模型中，输入量为 V_s、R_s 和 β，各输入量间均不相关了。

A.2.4　有 10 个电阻器，每个电阻器的标称值为 1 000 Ω，用 1 kΩ 的标准电阻 R_s 校准，得到校准值为 R_i，比较仪的不确定度可忽略，标准电阻的不确定度由校准证书给出为 $u(R_s)=10$ mΩ。将 10 个电阻器用导线串联起来，导线电阻可忽略不计，串联后得到标称值为 10 kΩ 的参考电阻，求参考电阻 R_{ref} 的合成标准不确定度。

［解］

1）测量模型：$R_{\text{ref}}=f(R)\ =\ \sum\limits_{i=1}^{10}R_i$

2）灵敏系数：$\dfrac{\partial R_{\text{ref}}}{\partial R_i}=1$

3）每个电阻校准时与标准电阻 R_s 比较得到比值为 α_i，则校准值为 R_i：

$$R_i=\alpha_i R_s$$

4）每个 R_i 的标准不确定度：

$$u(R_i)=\sqrt{[R_s u(\alpha_i)]^2+[\alpha_i u(R_s)]^2}$$

式中的 $u\ (\alpha_i)$ 对每一个校准值近似相等，且 $\alpha_i\approx 1$，比较仪的不确定度可忽略 $u(\alpha_i)\ \approx 0$，则：

$$u(R_i)\approx\sqrt{u^2(R_s)}=u(R_s)$$

5）任意两个电阻校准值的相关系数：

$$R_i=\alpha_i R_s$$

$$R_j = \alpha_j R_s$$

$$u(R_i,\ R_j) = \frac{\partial R_i}{\partial R_s}\frac{\partial R_j}{\partial R_s}u^2(R_s) = \alpha_i\alpha_j u^2(R_s) = \alpha^2 u^2(R_s)$$

由于 $\alpha_i \approx \alpha_j = \alpha \approx 1$，协方差 $u(R_i,\ R_j) = u^2(R_s)$

相关系数：

$$r(R_i,\ R_j) = \frac{u(R_i,\ R_j)}{u(R_i)u(R_j)} \approx \frac{u^2(R_s)}{u(R_s)u(R_s)} = 1$$

相关系数近似为+1，为正强相关。

6）串联电阻 R_{ref} 的合成标准不确定度：

根据 R_{ref} 的测量模型：$R_{ref} = \sum\limits_{i=1}^{10} R_i$

R_{ref} 的合成方差为：

$$u_c^2(R_{ref}) = \sum_{i=1}^{10}\left[\frac{\partial R_{ref}}{\partial R_i}u(R_i)\right]^2 + 2\sum_{i=1}^{10}\frac{\partial R_{ref}}{\partial R_i}\frac{\partial R_{ref}}{\partial R_j}r(R_i,\ R_j)u(R_i)u(R_j)$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{10}u(R_i)\right]^2$$

因为 $u(R_i) \approx u(R_s)$

所以 $u_c(R_{ref}) = \sum\limits_{i=1}^{10}u(R_s) = 10 \times 10\ \mathrm{m\Omega} = 0.10\ \Omega$

注：在此例中，由于各输入量间正强相关，合成标准不确定度是各不确定度分量的代数和。如果不考虑 10 个电阻器的校准值的相关性，还用方和根法合成：$u_c(R_{ref}) = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{10}u^2(R_i)}$，得到结果为 0.032 Ω，这是不正确的，明显使评定的不确定度偏小。

A.3 不同类型测量时测量不确定度评定方法举例

A.3.1 量块的校准

通过这个例子说明如何建立测量模型及进行不确定度的评定；并通过此例说明如何将相关的输入量经过适当处理后使输入量间不相关，这样简化了合成标准不确定度的计算。最后说明对于非线性测量函数考虑高阶项后测量不确定度的评定结果。

1）校准方法

标称值为 50 mm 的被校量块，通过与相同长度的标准量块比较，由比较仪上读出两个量块的长度差 d，被校量块长度的校准值 L 为标准量块长度 L_s 与长度差 d 之和。即

$$L = L_s + d$$

实测时，d 取 5 次读数的平均值 $\bar{d}$，$\bar{d} = 0.000\ 215$ mm，标准量块长度 L_s 由校准证书给出，其校准值 $L_s = 50.000\ 623$ mm。

2）测量模型

长度差 d 在考虑到影响量后为：

$$d = L(1+\alpha\theta) - L_s(1+\alpha_s\theta_s)$$

所以被校量块的测量模型为：

$$L=\frac{1}{1+\alpha\theta}[L_s(1+\alpha_s\theta_s)+d]$$

此模型为非线性函数，本规范的方法不适用于非线性函数的情况。为此，要将此式按泰勒级数展开：

$$L=L_s+d+L_s(\alpha_s\theta_s-\alpha\theta)+\cdots$$

忽略高次项后得到近似的线性函数式：

$$L\approx L_s+d+L_s(\alpha_s\theta_s-\alpha\theta) \tag{A.1}$$

式中：

L——被校量块长度；

L_s——标准量块在 20 ℃时的长度，由标准量块的校准证书给出；

α——被校量块的热膨胀系数；

α_s——标准量块的热膨胀系数；

θ——被校量块的温度与 20 ℃参考温度的差值；

θ_s——标准量块的温度与 20 ℃参考温度的差值。

在上述测量模型中，由于被校量块与标准量块处于同一温度环境中，所以 θ 与 θ_s 是相关的量；两个量块采用同样的材料，α 与 α_s 也是相关的量。为避免相关，设被校量块与标准量块的温度差为 δ_θ，$\delta_\theta=\theta-\theta_s$；它们的热膨胀系数差为 δ_α，$\delta_\alpha=\alpha-\alpha_s$；将 $\theta_s=\theta-\delta_\theta$ 和 $\alpha=\delta_\alpha+\alpha_s$ 代入式（A.1），又设 l 和 l_s 分别为 L 和 L_s 的估计值，由此测量模型可改写成式（A.2）的形式：

$$\begin{aligned} l&=f(l_s,\ d,\ \alpha_s,\ \theta,\ \delta_\alpha,\ \delta_\theta) \\ &\approx l_s+d-l_s(\delta_\alpha\theta+\alpha_s\delta_\theta) \end{aligned} \tag{A.2}$$

测量模型（A.2）中输入量 δ_α 与 α_s 以及 δ_θ 与 θ 不相关了。

特别要注意：在此式中的 δ_α 和 δ_θ 是近似为零的，但它们的不确定度不为零，在不确定度评定中要考虑。由于 δ_α 和 δ_θ 是近似为零，所以被测量的估计值可以由式（A.3）计算得到：

$$l=l_s+\bar{d} \tag{A.3}$$

3）测量不确定度分析

根据测量模型 $l=f(l_s,\ d,\ \alpha_s,\ \theta,\ \delta_\alpha,\ \delta_\theta)$，即

$$l\approx l_s+d-l_s(\delta_\alpha\theta+\alpha_s\delta_\theta)$$

由于各输入量间不相关，所以合成标准不确定度的计算公式为式（A.4）：

$$u_c(l)=\sqrt{c_1^2u^2(l_s)+c_2^2u^2(d)+c_3^2u^2(\alpha_s)+c_4^2u^2(\theta)+c_5^2u^2(\delta_\alpha)+c_6^2u^2(\delta_\theta)} \tag{A.4}$$

式中灵敏系数为：

$$c_1=c_{l_s}=\frac{\partial f}{\partial l_s}=1-(\delta_\alpha\theta+\alpha_s\delta_\theta)=1,$$

$$c_2=c_d=\frac{\partial f}{\partial d}=1$$

$$c_3=c_{\alpha_s}=\frac{\partial f}{\partial \alpha_s}=-l_s\delta_\theta=0$$

$$c_4=c_\theta=\frac{\partial f}{\partial \theta}=-l_s\delta_\alpha=0$$

$$c_5=c_{\delta_\alpha}=\frac{\partial f}{\partial \delta_\alpha}=-l_s\theta$$

$$c_6 = c_{\delta_\theta} = \frac{\partial f}{\partial \delta_\theta} = -l_s\alpha_s$$

由此可见，灵敏系数 c_3 和 c_4 为零，也就是说明 α_s 及 θ 的不确定度对测量结果的不确定度没有影响。合成标准不确定度公式可写成式（A.5）：

$$u_c(l) = \sqrt{u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2\theta^2u^2(\delta_\alpha) + l_s^2\alpha_s^2u^2(\delta_\theta)} \quad \text{(A.5)}$$

4）不确定度分量的评定

①标准量块的校准引入的标准不确定度 $u(l_s)$

标准量块的校准证书给出：校准值为 $l=50.000\ 623$ mm，$U=0.075\ \mu$m（$k=3$），有效自由度为 $\nu_{eff}(l_s)=18$。则标准量块校准引入的标准不确定度为：

$$u(l_s) = 0.075\ \mu\text{m}/3 = 25\ \text{nm}, \qquad \nu_{eff}(l_s) = 18$$

②测得的长度差引入的不确定度 $u(d)$

a. 由测量重复性引起长度差测量的标准不确定度 $u(\bar{d})$：

用对两个量块的长度差进行 25 次独立重复观测，用贝塞尔公式计算的实验标准偏差为 $s(d)=10$ nm；本次比较时仅测 5 次，取 5 次测量的算术平均值为被校量块的长度，所以读数观测的重复性引入的标准不确定度 $u(\bar{d})$ 是平均值的实验标准偏差为 $s(\bar{d})$：

$$u(\bar{d}) = s(\bar{d}) = s(d)/\sqrt{n} = 10\ \text{nm}/\sqrt{5} = 4.5\ \text{nm}$$

由于 $s(d)$ 是通过 25 次测量得到，所以 $u(\bar{d})$ 的自由度 $\nu_1=25-1=24$。

b. 由比较仪示值不准引起长度差测量的标准不确定度 $u_B(d)$：

由比较仪的说明书给出其最大允许误差为 $\pm0.015\ \mu$m，有效期内的检定证书证明该比较仪的示值误差合格。则由比较仪示值不准引起长度差测量的标准不确定度用 B 类评定，可能值区间的半宽度 a 为 $0.015\ \mu$m，设在区间内呈均匀分布，取包含因子 k 为 $\sqrt{3}$。标准不确定度 $u_B(d)$ 为：

$$u_B(d) = 0.015\ \mu\text{m}/\sqrt{3} = 8.7\ \text{nm}$$

按下式估计其自由度：

$$\nu_i \approx \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}\right]^{-2}$$

假设评定 $u_B(d)$ 的不可靠程度达 25%，计算得到 $\nu_2\approx8$。

d. 由以上分析得到长度差引入的标准不确定度 $u(d)$ 为：

$$u(d) = \sqrt{u^2(\bar{d}) + u_B^2(d)} = \sqrt{4.5^2 + 8.7^2}\ \text{nm} = 9.8\ \text{nm}$$

自由度 ν_{eff}（d）为：

$$\nu_{eff}(d) = \frac{u^4(d)}{\dfrac{u^4(\bar{d})}{\nu_1} + \dfrac{u_B^4(d)}{\nu_2}} = \frac{(9.8)^4}{\dfrac{(4.5)^4}{24} + \dfrac{(8.7)^4}{8}} = 12.6 = 12$$

③膨胀系数差值引入的标准不确定度 $u(\delta_\alpha)$

估计两个量块的膨胀系数之差在 $\pm1\times10^{-6}$℃$^{-1}$区间内，假设在区间内为均匀分布，

则标准不确定度为：

$$u(\delta_\alpha)=1\times10^{-6}\ ℃^{-1}/\sqrt{3}=0.58\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

自由度：估计 $u(\delta_\alpha)$ 的不可靠程度 $\left[\dfrac{\Delta u(\delta_\alpha)}{u(\delta_\alpha)}\right]$ 为 10%，计算得到：

$$\nu(\delta_\alpha)=\frac{1}{2}(10\%)^{-2}=50$$

④量块温度差引入的标准不确定度 $u(\delta_\theta)$

希望被校量块与标准量块处于同一温度，但实际存在温度差异，温度差估计以等概率落在±0.05 ℃区间内，则标准不确定度为：

$$u(\delta_\theta)=0.05\ ℃/\sqrt{3}=0.029\ ℃$$

估计 u（δ_θ）只有 50%的可靠性，计算得到自由度为：

$$\nu(\delta_\theta)=\frac{1}{2}(50\%)^{-2}=2$$

⑤量块温度偏差引入的标准不确定度 $u(\theta)$

报告给出的测试台温度为（19.9±0.5)℃，在热作用下温度的近似周期性变化的幅度为 0.5 ℃。平均温度的偏差值为：

$$\bar{\theta}=19.9\ ℃-20\ ℃=-0.1\ ℃$$

由于测试台的平均温度的不确定性引起的 $\bar{\theta}$ 的标准不确定度为：

$$u(\bar{\theta})=0.2\ ℃$$

而温度随时间周期变化形成 U 形的分布（即反正弦分布），则：

$$u(\Delta)=(0.5\ ℃)/\sqrt{2}=0.35\ ℃$$

θ 的标准不确定度可由下式得到：

$$u(\theta)=\sqrt{u^2(\bar{\theta})+u^2(\Delta)}=\sqrt{0.2^2+0.35^2}\ ℃=\sqrt{0.165}\ ℃$$

因此

$$u(\theta)=0.41\ ℃$$

由于 $c_\theta=\partial f/\partial\theta=-l_s\delta\alpha=0$，这个不确定度对 l 的不确定度不引入一阶的贡献，然而它具有二阶贡献。

⑥热膨胀系数引入的标准不确定度 $u(\alpha_s)$

标准量块的热膨胀系数给定为 $\alpha_s=11.5\times10^{-6}℃^{-1}$，具有一个矩形分布的不确定度，其界限为±$2\times10^{-6}℃^{-1}$，则标准不确定度为：

$$u(\alpha_s)=(2\times10^{-6}\ ℃^{-1})/\sqrt{3}=1.2\times10^{-6}\ ℃^{-1}$$

由于 $c_{\alpha_s}=\partial f/\partial\alpha_s=-l_s\delta_\theta=0$，此不确定度对 l 的不确定度不引入一阶的贡献，然而它具有二阶贡献。

5）计算合成标准不确定度

①计算灵敏系数

由标准量块的校准证书得到 $L_s=50.000\ 623$ mm，被校量块与参考温度 20 ℃之差估计为−0.1 ℃，标准量块的热膨胀系数 α_s 为 $11.5\times10^{-6}℃^{-1}$，由这些信息计算得到：

$$c_1=1,$$
$$c_2=1,$$
$$c_3=c_{\alpha_s}=0,$$
$$c_4=c_\theta=0,$$
$$c_5=-l_s\theta=-50.000\ 623\ \text{mm}\times(-0.1\ ℃)=5.000\ 062\ 3\ \text{mm}℃,$$
$$c_6=-l_s\alpha_s=-50.000\ 623\ \text{mm}\times 11.5\times 10^{-6}\ ℃^{-1}=-5.75\times 10^{-4}\ \text{mm}℃^{-1}$$

由 c_3 和 c_4 为 0，可见标准量块的热膨胀系数和被校量块的温度与 20 ℃参考温度的差值的不确定度对长度测量不引入一阶的贡献。

②计算合成标准不确定度

$$\begin{aligned}u_c(l)&=\sqrt{c_1^2u^2(l_s)+c_2^2u^2(d)+c_5^2u^2(\delta_\alpha)+c_6^2u^2(\delta_\theta)}\\&=\sqrt{u^2(l_s)+u^2(d)+l_s^2\theta^2u^2(\delta_\alpha)+l_s^2\alpha_s^2u^2(\delta_\theta)}\\&=32\ \text{nm}\end{aligned}$$

③$u(l)$ 的自由度

$$\nu_{\text{eff}}(l)=\frac{(32)^4}{\dfrac{(25)^4}{18}+\dfrac{(9.8)^4}{12}+\dfrac{(2.9)^4}{50}+\dfrac{(16.6)^4}{2}}=17.3$$

取 $\nu_{\text{eff}}(L)=17$

6）确定扩展不确定度

要求包含概率 p 为 0.99，由 $\nu_{\text{eff}}(l)=17$，查表得：

$t_{0.99}(17)=2.90$，取 $k_{99}=t_{0.99}(16)=2.90$，则扩展不确定度为：

$$U_{99}=k_{99}u_c(L)=2.90\times 32\ \text{nm}=93\ \text{nm}$$

7）校准结果

$$l=l_s+\bar{d}=50.000\ 623\ \text{mm}+0.000\ 215\ \text{mm}=50.000\ 838\ \text{mm}$$
$$U_{99}=93\ \text{nm}\quad(\nu_{\text{eff}}=17)$$
或 $l=(50.000\ 838\pm 0.000\ 093)\text{mm}$

其中±号后的值是扩展不确定度 U_{99}，由 $u_c=32$ nm 乘包含因子 $k=2.90$ 得到，k 是由自由度 $\nu=17$、包含概率 $p=0.99$ 时查 t 分布值表得到，由该扩展不确定度所包含的区间具有包含概率为 0.99。

量块校准时不确定度分量汇总见表 A.1。

表 A.1　量块校准时不确定度分量汇总表

不确定度分量	不确定度来源	$u(x_i)$ 的值	灵敏系数 $c_i=\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$	$u_i(l)=\lvert c_i\rvert u(x_i)$ nm	自由度 ν_i
$u(l_s)$	标准量块的校准	25 nm	1	25	18
$u(d)$	量块长度差	9.8 nm	1	9.8	12
$u(\delta_\alpha)$	量块膨胀系数差	$0.58\times10^{-6}℃^{-1}$	5.000 062 3 mm℃	2.9	50
$u(\delta_\theta)$	量块温度差	0.029 ℃	-5.75×10^{-4} mm℃$^{-1}$	16.6	2

表 A.1（续）

不确定度分量	不确定度来源	$u(x_i)$ 的值	灵敏系数 $c_i=\frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u_i(l)=\|c_i\|u(x_i)$ nm	自由度 ν_i
$u_c(l)=32$ nm					
$l=50.000\ 838$ mm $U_{99}(l)=93$ nm（$\nu_{\text{eff}}=17$） 相对扩展不确定度 $U_{99\text{rel}}=U_{99}/l=1.9\times10^{-6}$					

可见，不确定度的主要分量显然是标准量块的不确定度 $u(l_s)=25$ nm。

注：用蒙特卡洛法（MCM）验证，得到：传播输出量分布的标准偏差 $u(l)=36$ nm，最小包含区间的半宽度 $U_{99}=94$ nm，与本规范的结果基本一致。说明用本规范的方法评定测量不确定度是基本可信的。

8）考虑二阶项时不确定度的评定

前面所进行的不确定度的评定是不完全的，实际上在本案例中，测量模型存在着明显的非线性，在泰勒级数展开中的高阶项不可忽略。在合成标准不确定度评定中，有两项明显的的二阶项对 $u_c(l)$ 有贡献：

$$l_s u(\delta_\alpha)u(\theta)+l_s u(\alpha_s)u(\delta_\theta)$$

$$l_s u(\delta_\alpha)u(\theta)=(0.05\ \text{m})\times(0.58\times10^{-6}\ ℃^{-1})\times(0.41\ ℃)=11.7\ \text{nm}$$

$$l_s u(\alpha_s)u(\delta_\theta)=(0.05\ \text{m})\times(1.2\times10^{-6}\ ℃^{-1})\times(0.029\ ℃)=1.7\ \text{nm}$$

考虑二阶项后的合成标准不确定度：$u_c'(l)=\sqrt{32^2+11.7^2+1.7^2}$ nm$=34$ nm

扩展不确定度：$U_{99}(l)=99$ nm　（$k=2.90$，$\nu_{\text{eff}}=17$，$p=0.99$）

或相对扩展不确定度：$U_{99}/l=2.0\times10^{-6}$

A.3.2　温度计的校准

这个例子说明用最小二乘法获得线性校准曲线时，如何用校准曲线的截距、斜率和它们的估计方差与协方差，计算由校准曲线获得的预期修正值及其标准不确定度。

A.3.2.1　测量问题

温度计是用与已知的标准温度相比较的方法校准的。温度校准装置引入的不确定度可忽略。相应的已知标准温度为 $t_{R,k}$，其温度范围为 21 ℃～27 ℃。进行了 $n=11$ 次比较，温度计的温度读数为 t_k，温度计读数的修正值为 $b_k=t_{R,k}-t_k$。根据测得的修正值 b_k 和测得的温度 t_k，用最小二乘法拟合成直线得到温度计修正值的线性校准曲线 $b(t)$ 为式（A.6）：

$$b(t)=y_1+y_2(t-t_0) \tag{A.6}$$

式中：

y_1——校准曲线的截距；

y_2——校准曲线的斜率；

t_0——所选择的参考温度。

y_1 和 y_2 是两个待测定的输出量。一旦找到 y_1 和 y_2 以及它们的方差和协方差，式（A.6）可用于预示温度计对任意一个温度值 t 的修正值及其由于最小二乘法拟合引入

的标准不确定度。

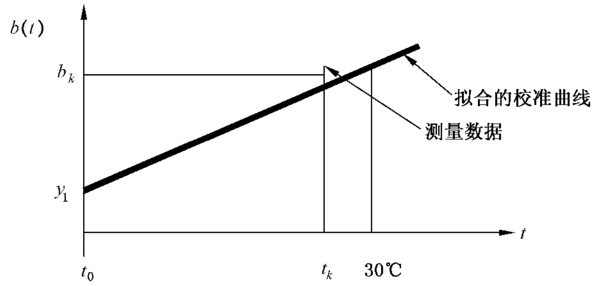

图 A.1　最小二乘法拟合的示意图

A.3.2.2　最小二乘法拟合

根据最小二乘法和式（A.6）的假设条件，输出量 y_1 和 y_2 及它们的估计方差和协方差是在残差平方和 Q 最小时得到：

$$Q=\sum_{k=1}^{n}[b_k-y_1-y_2(t_k-t_0)]^2$$

这就导出了 y_1 和 y_2 的公式（A.7a）～（A.7g），$s^2(y_1)$和 $s^2(y_2)$是它们的实验方差，$r(y_1, y_2)=s(y_1, y_2)/s(y_1)s(y_2)$ 是估计的相关系数，其中 $s(y_1, y_2)$ 是估计的协方差。

$$y_1=\frac{\left(\sum b_k\right)\left(\sum \theta_k^2\right)-\left(\sum b_k\theta_k\right)\left(\sum \theta_k\right)}{D} \tag{A.7a}$$

$$y_2=\frac{n\sum b_k\theta_k-\left(\sum b_k\right)\left(\sum \theta_k\right)}{D} \tag{A.7b}$$

$$s^2(y_1)=\frac{s^2\sum \theta_k^2}{D} \tag{A.7c}$$

$$s^2(y_2)=n\frac{s^2}{D} \tag{A.7d}$$

$$r(y_1, y_2)=-\frac{\sum \theta_k}{\sqrt{n\sum \theta_k^2}} \tag{A.7e}$$

$$s^2=\frac{\sum[b_k-b(t_k)]^2}{n-2} \tag{A.7f}$$

$$D=n\sum \theta_k^2-\left(\sum \theta_k\right)^2=n\sum(\theta_k-\bar{\theta})^2=n\sum(t_k-\bar{t})^2 \tag{A.7g}$$

式中：

$k=1, 2, \cdots, n$；

$\theta_k=t_k-t_0$；

$\bar{\theta}=\left(\sum \theta_k\right)/n$；

$\bar{t}=\left(\sum t_k\right)/n$；

$[b_k-b(t_k)]$ ——在 t_k 温度时测得或观测到的修正值 b_k 与拟合曲线 $b(t)=y_1+y_2(t-t_0)$ 上在 t_k 时预示的修正值 $b(t_k)$ 之间的差值；

s^2——估计方差，总的拟合的不确定度的度量，其中因子 $n-2$ 反映了由 n 次观测确定二个参数 y_1 和 y_2 时，s^2 的自由度为 $\nu=n-2$。

A.3.2.3　结果的计算

用最小二乘法得到温度计线性校准曲线时所用的数据见表 A.2 所示。被拟合的数据在表 A.2 的第二列和第三列中给出，取 $t_0=20$ ℃作为参考温度，应用式（A.7a）～（A.7g）得到：

$y_1=-0.171\ 2$ ℃　　　　$s(y_1)=0.002\ 9$ ℃

$y_2=0.002\ 18$　　　　$s(y_2)=0.000\ 67$

$r(y_1,\ y_2)=-0.930$　　　　$s=0.003\ 5$ ℃

斜率 y_2 比其标准不确定度大三倍，表明要用校准曲线而不是用一个固定的平均修正值进行修正。修正值的校准曲线可以写成式（A.8）：

$$b(t)=-0.171\ 2(29)℃+0.002\ 18(67)(t-20\ ℃) \tag{A.8}$$

其中括号内的数字是标准不确定度的数值，与所说明的截距和斜率值的最后位数字相对齐。

式（A.8）给出了在任意温度 t 时修正值 $b(t)$ 的预示值，在 $t=t_k$ 时的修正值为 $b(t_k)$。这些值在表 A.2 的第四列中给出，而最后一行给出了测得值和预示值之间的差 $b_k-b(t_k)$。对这些差值的分析可以用于核查线性模型的有效性。

表 A.2　用最小二乘法得到温度计线性校准曲线时所用的数据

读数的次号 k	温度计的读数 t_k（℃）	观测的修正值 $b_k=t_{R,k}-t_k$（℃）	预示的修正值 $b(t_k)$（℃）	观测的与预示的修正值之差 $b_k-b(t_k)$（℃）
1	21.521	−0.171	−0.167 9	−0.003 1
2	22.012	−0.169	−0.166 8	−0.002 2
3	22.512	−0.166	−0.165 7	−0.000 3
4	23.003	−0.159	−0.164 6	+0.005 6
5	23.507	−0.164	−0.163 5	−0.000 5
6	23.999	−0.165	−0.162 5	−0.002 5
7	24.513	−0.156	−0.161 4	+0.005 4
8	25.002	−0.157	−0.160 3	+0.003 3
9	25.503	−0.159	−0.159 2	+0.000 2
10	26.010	−0.161	−0.158 1	−0.002 9
11	26.511	−0.160	−0.157 0	−0.003 0

A.3.2.4　预示值的不确定度

要求获得在 $t=30$ ℃时的温度计修正值和它的不确定度。

1）$t=30$ ℃时的温度计修正值

温度计的校准范围为 21 ℃～27 ℃，所以 30 ℃这个温度是在温度计实际校准温度的范围外。将 t=30 ℃代入式（A.8）中，得到修正值的预示值：

$$b(30\ ℃)=-0.149\ 4\ ℃$$

2）修正值的预示值的合成标准不确定度

由于测量模型为：$b(t)=y_1+y_2(t-t_0)$，根据不确定度传播律通用公式：

$$u_c^2(y)=\sum_{i=1}^{N}c_i^2u^2(x_i)+2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}c_ic_ju(x_i)u(x_j)r(x_i,\ x_j)$$

$u_c(y)$ 即 $u[b(t)]$，x_i 即 y_1，y_2。将 $b(t)=f(y_1,\ y_2)$，$u(y_1)=s(y_1)$，$u(y_2)=s(y_2)$ 代入，并求得灵敏系数后，得到式（A.9）：

$$u_c^2[b(t)]=u^2(y_1)+(t-t_0)^2u^2(y_2)+2(t-t_0)u(y_1)u(y_2)r(y_1,\ y_2) \tag{A.9}$$

将数据代入（A.9），得到 t=30 ℃时的温度计修正值的合成方差：

$$\begin{aligned}u_c^2[b(30\ ℃)]&=(0.002\ 9\ ℃)^2+(30\ ℃-20\ ℃)^2(0.000\ 67)^2\\&\quad+2(30\ ℃-20\ ℃)(0.002\ 9\ ℃)(0.000\ 67)(-0.930)\\&=17.1\times10^{-6}\ ℃^2\end{aligned}$$

则合成标准不确定度：$u_c[b(30\ ℃)]=0.004\ 1\ ℃$

自由度 $\nu=n-2=11-2=9$。

3）因此，在 30 ℃时的修正值是−0.149 4 ℃，其合成标准不确定度 u_c=0.004 1 ℃，自由度 ν=9。

A.3.3　硬度计量

硬度是一个必须以一种测量方法为参考才能被量化的物理量；它没有独立于某个方法的计量单位。“硬度”这个量与经典的可测的量不同，它不能用可测的其他量的函数关系式去定义，虽然有时用经验公式来说明硬度与一类材料的其他特性的关系。硬度量的大小通常用测量某个样块的压痕的线性尺寸来确定，这种测量是根据标准文本进行的，文本包括了对压头的描述，加压头用的机械设备的结构和规定的操作设备的方法，标准文本不止一个，所以硬度的测量方法也不止一个。

硬度被报告为测得的线性尺寸的函数（取决于测量方法）。在本案例中，硬度是 5 次重复的压痕深度的算术平均值的线性函数。但在有些其他测量方法中可能是非线性函数。

复现量值的标准装置作为国家计量标准保存；某个测量装置与国家计量标准装置之间的比对是通过传递标准块进行的。

A.3.3.1　测量问题

在本例中，材料样块的硬度是用洛氏 C 标尺（Rockwell C）法确定的，所用的测量装置是由国家计量标准装置校准过的。洛氏 C 标尺硬度的测量单位是 0.002 mm，由 100×（0.002 mm）减去 5 次观测的以毫米为单位的测得的压痕深度的平均值为洛氏 C 标尺硬度，简称“硬度”。这个量值除以洛氏 C 标尺测量单位 0.002 mm，所得值被称为“HRC 硬度值”。在本例中，硬度用符号 hRC 表示；用洛氏 C 标尺单位长度表示的硬度指数用符号 HRC 表示。

A.3.3.2　测量模型

用测定硬度的设备（以下称为硬度计）在样块上造成的压痕深度的平均值必须加修正值，修正到由国家计量标准装置在同一样块上造成的压痕深度的平均值，因此硬度和硬度指数分别可由式（A.10）和（A.11）表示：

$$hRC=f(\bar{d},\Delta_c,\Delta_b,\Delta_s)=100(0.002\ \mathrm{mm})-\bar{d}-\Delta_c-\Delta_b-\Delta_s \tag{A.10}$$

$$HRC=hRC/(0.002\ \mathrm{mm}) \tag{A.11}$$

式中：

$\bar{d}$——由硬度计在样块上 5 次压痕深度的平均值；

Δ_c——通过一个传递标准将硬度计与国家计量标准装置进行比较得到的修正值，等于用国家计量标准装置在此样块上的 5 次压痕深度的平均值减去由硬度计在同一样块上的 5 次压痕深度的平均值获得的差值；

Δ_b——用两台硬度计分别测量传递标准的两处所得的硬度差（表示为压痕平均深度的差），假设为零；

Δ_s——包括由于国家计量标准装置以及硬度量定义不完整引起的误差，虽然 Δ_s 必定假设为零，但它具有标准不确定度 $u(\Delta_s)$。

A.3.3.3　硬度测量的合成方差

由于式（A.10）的函数的偏导数 $\partial f/\partial\bar{d}$，$\partial f/\partial\Delta_c$，$\partial f/\partial\Delta_b$，$\partial f/\partial\Delta_s$ 均等于－1，由硬度计测得的样块的硬度的合成方差 $u_c{}^2(h)$ 为式(A.12)：

$$u_c{}^2(h)=u^2(\bar{d})+u^2(\Delta_c)+u^2(\Delta_b)+u^2(\Delta_s) \tag{A.12}$$

注：式中 hRC 简写为 h。

A.3.3.4　不确定度分量的评定

A.3.3.4.1　样块压痕深度平均值 $\bar{d}$ 的标准不确定度 $u(\bar{d})$

1）样块压痕深度测量重复性引入的标准不确定度：每次测量所得的值不可能严格重复，因为新的压痕不可能在前一个压痕的位置上的。由于每个压痕必须在不同的位置上，结果的任何变化包括了不同位置间硬度变化的影响。因此，用硬度计在同一样块上的 5 次压痕深度的平均值的标准不确定度 $u(\bar{d})$ 是取 $s_p(d_k)/\sqrt{5}$，其中 $s_p(d_k)$ 是对已知具有非常均匀硬度的样块“重复”测量确定的压痕深度的合并实验标准偏差。

2）显示器分辨力引入的标准不确定度：由于硬度计显示器的分辨力 δ 引起深度指示的不确定度，显示器的分辨力引入的估计方差为：$u^2(\delta)=\delta^2/12$。

因此，$\bar{d}$ 的估计方差为：

$$u^2(\bar{d})=s_p^2(d_k)/5+\delta^2/12$$

A.3.3.4.2　修正值的标准不确定度 $u(\Delta_c)$

Δ_c 是将硬度计与国家计量标准装置进行比较得到的修正值，这个修正值可以表示成 $\Delta_c=z'_s-z'$，其中 $z'_s=(\sum_{i=1}^{m}\bar{z}_{s,i})/m$ 是国家计量标准装置对传递标准块 m 次压痕的平均深度；$z'=(\sum_{i=1}^{n}\bar{z}_i)/n$ 是用硬度计对同一样块进行 n 次压痕的平均深度。因此，为了便于比较，假设每个装置由于显示分辨力引起的不确定度可以忽略，则 Δ_c 的估计方差为：

$$u^2(\Delta_c)=\frac{s_{av}^2(\bar{z}_s)}{m}+\frac{s_{av}^2(\bar{z})}{n}$$

式中：

$s_{av}^2(\bar{z}_s)=[\sum_{i=1}^{m}s^2(\bar{z}_{s,i})]/m$ ——由国家计量标准装置进行的每个 $5m$ 列压痕 $z_{s,ik}$ 的平均值的实验方差的平均值；

$s_{av}^2(\bar{z})=[\sum_{i=1}^{n}s^2(\bar{z}_i)]/n$ ——由硬度计进行的每个 $5n$ 列压痕 z_{ik} 的平均值的实验方差的平均值。

注：方差 $s_{av}^2(\bar{z}_s)$ 和 $s_{av}^2(\bar{z})$ 都是合并方差的估计值。

A. 3. 3. 4. 3　对传递标准块硬度变化进行修正的不确定度 $u(\Delta_b)$

OIML（国际法制计量组织）的国际建议书 R12：《Rochwell C 硬度标准块的校准和验证》要求由传递标准块 5 次测量得到的最大和最小压痕深度之差不大于平均压痕的百分之 x，其中 x 是硬度等级的函数。所以，设在整个样块内压痕深度的最大差为 $x_{z'}$，(其中 z'已在上节中定义)，其 $n=5$。设在此 $\pm x_{z'}$ 为边界的区间内的概率分布为三角分布（可假设在接近中心值附近的值的概率远大于两端的概率）。则区间半宽度 $a=x_{z'}/2$，$k=\sqrt{6}$，由硬度计和国家计量标准装置分别测得的硬度差获得的平均压痕深度的修正值的估计方差按 B 类评定为：

$$u^2(\Delta_b)=(x_{z'})^2/(2\sqrt{6})^2=(x_{z'})^2/24$$

可以假设修正值 Δ_b 的最佳估计值本身为零。

A. 3. 3. 4. 4　国家计量标准装置和硬度定义引起的标准不确定度 $u(\Delta_s)$

国家计量标准装置的不确定度和由于硬度量定义不完全引起的不确定度一起用估计标准偏差 $u(\Delta_s)$ 报告。

$$u(\Delta_s)=0.5\ \text{HRC}$$

A. 3. 3. 5　合成标准不确定度

将各项不确定度分量代入式（A. 12）中，得到硬度测量的估计方差为式（A. 13）：

$$u_c^2(h)=\frac{s^2(d_k)}{5}+\frac{\delta^2}{12}+\frac{s_{av}^2(\bar{z}_s)}{m}+\frac{s_{av}^2(\bar{z})}{n}+\frac{(x_{z'})^2}{24}+u^2(\Delta_s) \qquad (\text{A. }13)$$

$u_c(h)$ 就是用硬度计测量样块硬度的合成标准不确定度。

A. 3. 3. 6　数字举例

1）用洛氏 C 标尺法测量样块硬度的数据见表 A. 3。

表 A. 3　用洛氏 C 标尺法测量样块硬度的数据一览表

不确定度来源	值
用硬度计在样块上进行 5 次压痕的平均深度 $\bar{d}$：0.072 mm	36.0HRC
由 5 次压痕所指示的样块的硬度值：$H_{\text{Rockwell C}}=h_{\text{Rockwell C}}/$（0.002 mm）＝[100（0.002 mm）－0.072 mm]/（0.002 mm）	64.0HRC

表 A.3（续）

不确定度来源	值
由硬度计在具有均匀硬度的样块上压痕深度的合并实验标准偏差 $s_{\mathrm{p}}(d_k)$	0.45HRC
硬度计的分辨力 δ	0.1HRC
传递标准块上由国家计量标准装置进行 m 列压痕的平均值的实验方差的平均值的平方根 $s_{\mathrm{av}}(\bar{z}_{\mathrm{s}})$	0.10HRC，$m=6$
传递标准块上由硬度计进行 n 列压痕的平均值的实验方差的平均值的平方根 $s_{\mathrm{av}}(\bar{z})$	0.11HRC，$n=6$
在传递标准块上压透深度的允许变化量 x	1.5×10^{-2}
国家计量标准装置和硬度的定义引入的标准不确定度 $u(\Delta_{\mathrm{s}})$	0.5HRC

2）合成标准不确定度的计算

这种测量方法是 Rockwell C 法。硬度值的单位符号用 HRC 表示。这里“HRC”是 0.002 mm，因此在表 A.3 和下文中，如“36.0HRC”意味着 36.0×（0.002 mm）＝0.072 mm。“HRC”是表示数据和结果的简便方法。

将表 A.3 中给出的有关量的值代入式（A.13）中，就可得到硬度的合成方差：

$$u_{\mathrm{c}}^2(h)=\left[\frac{0.45^2}{5}+\frac{0.1^2}{12}+\frac{0.10^2}{6}+\frac{0.11^2}{6}+\frac{(0.015\times36.0)^2}{24}+0.5^2\right](\mathrm{HRC})^2$$
$$=0.307(\mathrm{HRC})^2$$

所以硬度测量的合成标准不确定度为：

$$u_{\mathrm{c}}(h)=0.55\mathrm{HRC}$$
$$=0.001\ 1\ \mathrm{mm}$$

3）测量结果

样块的硬度：由于 $z'=\bar{d}=36.0\mathrm{HRC}$。假设 $\Delta_{\mathrm{c}}=0$，$\Delta_{\mathrm{b}}=0$，$\Delta_{\mathrm{s}}=0$，则：

$$h=64.0\mathrm{HRC}=0.128\ 0\ \mathrm{mm}$$

其合成标准不确定度 $u_{\mathrm{c}}=0.55\mathrm{HRC}=0.001\ 1\ \mathrm{mm}$

样块的硬度值为：$h/$（0.002 mm）＝（0.128 mm）/（0.002 mm）

用洛氏 C 标尺单位长度表示的硬度值为 64.0HRC，其合成标准不确定度为：

$$u_{\mathrm{c}}=0.55\mathrm{HRC}$$

4）分析

由表 A.3 可见，对测量结果的测量不确定度起主要作用的分量，除了由于国家计量标准装置和硬度定义引起的不确定度分量 $u(\Delta_{\mathrm{s}})=0.5\mathrm{HRC}$ 外，其他较明显的不确定度分量是测量重复性引起的标准不确定度：$s_{\mathrm{p}}(d_k)/\sqrt{5}=0.20\mathrm{HRC}$ 和传递标准块的硬度变化引入的标准不确定度 $(xz')^2/24=0.11\mathrm{HRC}$。

A.3.4　样品中所含氢氧化钾的质量分数测定

本例是测量不确定度在化学测量中的应用，在数学模型中各输入量间是相乘的关系，可以采用相对标准不确定度计算合成标准不确定度。

A.3.4.1　测量方法

用盐酸（HCl）作为标准滴定溶液在滴定管中测定某样品中所含氢氧化钾（KOH）的质量分数。

A.3.4.2　有关信息

1）在滴定中达到中和，滴定终点（化学计量点前或后）消耗标准溶液 50 mL。

2）标准滴定溶液的物质的量浓度为 $c(\mathrm{HCl})=0.2\ (1\pm1\times10^{-3})\ \mathrm{mol/L}\ (k=2)$。

3）所用滴定管为 B 级，其最大允许误差为±0.6%。

4）氢氧化钾的相对分子质量 $M(\mathrm{KOH})$ 与三种元素的相对原子质量 A_r 有关，由式（A.14）计算：

$$M(\mathrm{KOH})=A_r(\mathrm{K})+A_r(\mathrm{O})+A_r(\mathrm{H}) \tag{A.14}$$

查 1993 年国际上公布的元素相对原子质量表，得到：

$$A_r(\mathrm{K})=39.098\,3(1),\ A_r(\mathrm{O})=15.994(3),\ A_r(\mathrm{H})=1.007\,94(7)$$

括号中的数是相对原子质量的标准不确定度，其数字与相对原子质量的末位一致。

例如 $A_r(\mathrm{K})=39.098\,3\ (1)$，即 $u[A_r(\mathrm{K})]=0.000\,1$，表中的不确定度都取一位有效数字。

将数据代入（A.14）式，得到氢氧化钾的相对分子质量 M（KOH）：

$$M(\mathrm{KOH})=39.098\,3\ \mathrm{g/mol}+15.994\ \mathrm{g/mol}+1.007\,94\ \mathrm{g/mol}=56.100\,24\ \mathrm{g/mol}$$

5）样品的质量用由砝码和天平组成的称重设备测量得到，测量结果为 10 g。称重设备的不确定度为 $U_r=3\times10^{-4}\ (k=3)$。

A.3.4.3　测量模型

被测量是样品中所含氢氧化钾的质量分数，用符号 $w(\mathrm{KOH})$ 表示，其测量模型为式（A.15）：

$$\begin{aligned} w(\mathrm{KOH}) &= f[V(\mathrm{HCl}),\ c(\mathrm{HCl}),\ M(\mathrm{KOH}),\ m] \\ &= \frac{V(\mathrm{HCl})\times c(\mathrm{HCl})\times M(\mathrm{KOH})}{m} \end{aligned} \tag{A.15}$$

A.3.4.4　合成标准不确定度的计算公式

由于被测量的测量模型中各输入量是相乘的关系，函数关系符合以下形式：

$$Y=X_1^p\cdot X_2^p\cdots X_N^p$$

相对合成标准不确定度可以表示为式（A.16）或（A.17）：

$$\frac{u_c(y)}{y}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{P_i u(x_i)}{x_i}\right]^2} \tag{A.16}$$

即

$$u_r(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[P_i u_r(x_i)]^2} \tag{A.17}$$

$w(\mathrm{KOH})$ 的相对合成标准不确定度为式（A.18）：

$$u_{cr}[w(\mathrm{KOH})]=\sqrt{u_r^2[V(\mathrm{HCl})]+u_r^2[c(\mathrm{HCl})]+u_r^2[M(\mathrm{KOH})]+u_r^2[m]} \quad (\mathrm{A}.18)$$

由此可见，不确定度的主要来源为消耗标准溶液的体积测量不准、标准盐酸溶液浓度不准、氢氧化钾的相对分子质量不准和样品的质量测量不准。

A.3.4.5　评定不确定度分量

1）消耗标准溶液的体积测量引入的标准不确定度 $u_r[V(\mathrm{HCl})]$

消耗标准溶液的体积是用滴定管测量的，滴定管的最大允许误差为±0.6%，假设为等概率分布，取 $k=\sqrt{3}$；则：

$$u_r[V(\mathrm{HCl})]=a/k=0.6\%/\sqrt{3}=0.35\%=3.5\times10^{-3}$$

2）标准盐酸溶液浓度的标准不确定度 $u_r[c(\mathrm{HCl})]$

从所给的信息知道，标准滴定溶液的物质的量浓度为：

$$c(\mathrm{HCl})=0.2(1\pm1\times10^{-3})\mathrm{mol/L}\quad(k=2)$$

即盐酸溶液浓度 $c(\mathrm{HCl})=0.2\ \mathrm{mol/L}$，其相对扩展不确定度 $U_r=1\times10^{-3}$（$k=2$）。

则盐酸溶液浓度的相对标准不确定度为：

$$u_r[c(\mathrm{HCl})]=1\times10^{-3}/2=0.5\times10^{-3}$$

3）氢氧化钾的相对分子质量的标准不确定度 $u_r[M(\mathrm{KOH})]$

由于 $M(\mathrm{KOH})=39.098\,3+15.994+1.007\,94=56.100\,24$

$$u[M(\mathrm{KOH})]=\sqrt{u^2[A_r(\mathrm{K})]+u^2[A_r(\mathrm{O})]+u^2[A_r(\mathrm{H})]}$$

查 1993 年国际公布的元素相对原子质量表得到：

$A_r(\mathrm{K})=39.098\,3$（1），$A_r(\mathrm{O})=15.994$（3），$A_r(\mathrm{H})=1.007\,94$（7）

$u[A_r(\mathrm{K})]=0.000\,1$，$u[A_r(\mathrm{O})]=0.003$，$u[A_r(\mathrm{H})]=0.000\,07$

$u[M(\mathrm{KOH})]=\sqrt{0.000\,1^2+0.003^2+0.000\,07^2}=0.003$

$u_r[M(\mathrm{KOH})]=0.003/56.100\,24=5.3\times10^{-5}$

4）样品的质量测量不准引入的标准不确定度 $u_r(m)$

样品的质量用由砝码和天平组成的称重设备测量得到，测量结果为 10 g，测量重复性（实验标准偏差）为 0.3×10^{-4}。称重设备的不确定度为 $U_r=3\times10^{-4}$（$k=3$）。所以由质量测量不准引入的标准不确定度分量为：

$$u_r(m)=\sqrt{\left(\frac{3\times10^{-4}}{3}\right)^2+(0.3\times10^{-4})^2}=1\times10^{-4}$$

A.3.4.6　计算合成标准不确定度

$$\begin{aligned}u_{cr}[w(\mathrm{KOH})]&=\sqrt{u_r^2[V(\mathrm{HCl})]+u_r^2[c(\mathrm{HCl})]+u_r^2[M(\mathrm{KOH})]+u_r^2[m]}\\&=\sqrt{(3.5\times10^{-3})^2+(0.5\times10^{-3})^2+(5.3\times10^{-5})^2+(0.1\times10^{-3})^2}\\&=3.5\times10^{-3}\end{aligned}$$

由不确定度分析和评定看出，测定氢氧化钾质量分数的最主要的不确定度来源在于消耗盐酸溶液的体积的测定误差。在实际工作中，可以采用提高滴定管的准确度等级来减小测量不确定度。

A.3.4.7　确定扩展不确定度

为了测量结果间可以相互比较，按惯例在确定扩展不确定度时取包含因子为

2，则：

$$U_r = ku_c = 2 \times 3.5 \times 10^{-3} = 7 \times 10^{-3} \quad (k=2)$$

A.3.4.8　报告测量结果

由于滴定终点消耗标准溶液 50 mL，即 $V(\mathrm{HCl})=50$ mL，标准滴定溶液的物质的量浓度为 $c(\mathrm{HCl})=0.2$ mol/L，氢氧化钾的相对分子质量 $M(\mathrm{KOH})$ 为 56.10 g/mol，样品的质量为 10 g。则样品中所含氢氧化钾的质量分数为：

$$w(\mathrm{KOH}) = \frac{V(\mathrm{HCl}) \times c(\mathrm{HCl}) \times M(\mathrm{KOH})}{m}$$

$$= \frac{50\ \mathrm{mL} \times 0.2\ \mathrm{mol/L} \times 56.10\ \mathrm{g/mol}}{10\ \mathrm{g}}$$

$$= 56.1 \times 10^{-3} = 0.056\ 1$$

$$U_r = 7 \times 10^{-3}; \quad U = 0.056\ 1 \times 7 \times 10^{-3} = 0.000\ 4 \quad (k=2)$$

所以测量结果可以报告为：$\omega(\mathrm{KOH}) = 0.056\ 1\ (4)$　　$(k=2)$

括号内的数是扩展不确定度，与测量获得的最佳估计值的末位一致，包含因子为 2。

A.3.5　工作用玻璃液体温度计的校准

本例是计量校准工作中经常遇到的关于校准值、修正值、示值误差的测量不确定度评定的举例。

A.3.5.1　校准用设备和校准方法

使用分度值为 0.05 ℃、测量范围为（−30～300）℃的二等标准水银温度计校准 0.1 ℃分度的工作用玻璃体温度计，并使用了温度范围为（−30～100）℃、温度稳定性为±0.02 ℃/10 min、工作区最大温差为 0.02 ℃的恒温槽。

校准方法参照 JJG 130—2011《工作用玻璃液体温度计》进行。将二等标准水银温度计和被校工作用玻璃液体温度计同时以全浸方式放入恒定温度的恒温槽中，待示值稳定后，分别读取标准温度计和被校温度计的示值，由标准温度计的示值加其修正值得到被校温度计示值的校准值。

A.3.5.2　测量模型

$$y = t_s + \Delta t_s$$

式中：

y——被校温度计示值的校准值；

t_s——标准温度计的示值；

Δt_s——标准温度计的修正值。

A.3.5.3　不确定度来源和不确定度分量评定

1. 标准水银温度计示值 t_s 的标准不确定度 $u(t_s)$

(1) 二等标准水银温度计读数分辨力引入的标准不确定度 $u_1(t_s)$

采用 B 类方法评定。二等标准水银温度计的分度值为 0.05 ℃，其读数分辨力为其分度值的 1/10，则不确定度区间半宽为 0.002 5 ℃，设为均匀分布，取 $k=\sqrt{3}$，则：

$$u_1(t_s) = 0.002\ 5\ ℃/\sqrt{3} = 0.001\ 4\ ℃$$

（2） 由恒温槽温场不均匀引入的标准不确定度 $u_2(t_s)$

用 B 类方法评定。(－30～100)℃恒温槽温场最大温差为 0.02 ℃，则区间半宽为 0.01 ℃，按均匀分布处理，取 $k=\sqrt{3}$，则：

$$u_2(t_s)=0.01\ ℃/\sqrt{3}=0.006\ ℃$$

标准温度计的示值 t_s 的标准不确定度 $u(t_s)$ 由以上两个分量合成得到，该两项不确定度分量间不相关，则：

$$u(t_s)=\sqrt{u_1^2(t_s)+u_2^2(t_s)}=\sqrt{0.001\ 4^2+0.006^2}\ ℃=0.006\ ℃$$

2. 由标准水银温度计修正值 Δt_s 修正不完善引入的标准不确定度 $u(\Delta t_s)$

修正不完善引入的不确定度，用 B 类方法评定。

由所用的二等标准水银温度计检定证书查得，其修正值 Δt_s 的扩展不确定度 $U_{99}=0.025$ ℃，包含因子 $k_p=2.58$，则：

$$u(\Delta t_s)=U_{95}/k_p=0.025\ ℃/2.58=0.01\ ℃$$

3. 示值重复性引入的标准不确定度 u_A

各种随机影响因素如恒温槽的温度起伏、被校温度计示值的重复性等导致的不确定度，用 A 类方法评定。将二等标准水银温度计和一支被校温度计同时以全浸的方式放入恒温槽中，待示值稳定后，重复测量 n（$n=10$）次，用贝塞尔公式计算得到单次测量值的实验标准偏差 $s(y)$ 为 0.018 ℃；被校精密温度计的校准值由 m（$m=4$）次读数的算术平均值得到，故由重复性引起的测量不确定度分量用下式计算得到：

$$u_A=\frac{s(y)}{\sqrt{m}}=\frac{0.018\ ℃}{\sqrt{4}}=0.009\ ℃$$

计算合成标准不确定度 $u_c(y)$：

$$u_c(y)=\sqrt{u_1^2(t_s)+u_2^2(t_s)+u_A^2}=\sqrt{0.006^2+0.01^2+0.009^2}\ ℃=0.015\ ℃$$

确定扩展标准不确定度：

取包含因子 $k=2$，则 0.1 ℃分度的工作用玻璃液体温度计校准值的扩展不确定度为：

$$U=ku_c(y)=2\times 0.015\ ℃=0.03\ ℃$$

所以，被校温度计的校准值的扩展不确定度为：

$$U=0.03\ ℃\quad (k=2)$$

由被校温度计的校准值与被校温度计的示值之差计算得到被校温度计的修正值。

被校温度计的示值 t 的修正值 $C=y-t=t_s+\Delta t_s-t$。被校温度计的示值误差 Δ 为 $-C$。示值重复性引入的不确定度已经考虑，所以被校温度计的示值误差和被校温度计的修正值也具有与校准值同样的扩展不确定度。

附录 B

t 分布在不同概率 p 与自由度 ν 时的 $t_p(\nu)$ 值(t 值)表（补充件）

自由度 ν	p（%）					
	68.27[a]	90	95	95.45[a]	99	99.73[a]
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.80
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	5.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
6	1.09	1.94	2.45	2.52	3.71	4.90
7	1.08	1.89	2.36	2.43	3.50	4.53
8	1.07	1.86	2.31	2.37	3.36	4.28
9	1.06	1.93	2.26	2.32	3.25	4.09
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
11	1.05	1.80	2.20	2.25	3.11	3.85
12	1.04	1.78	2.18	2.23	3.05	3.76
13	1.04	1.77	2.16	2.21	3.01	3.69
14	1.04	1.76	2.14	2.20	2.98	3.64
15	1.03	1.75	2.13	2.18	2.95	3.59
16	1.03	1.75	2.12	2.17	2.92	3.54
17	1.03	1.74	2.11	2.16	2.90	3.51
18	1.03	1.73	2.10	2.15	2.88	2.48
19	1.03	1.73	2.09	2.14	2.86	3.45
20	1.03	1.72	2.09	2.13	2.85	3.42
25	1.02	1.71	2.06	2.11	2.79	3.33
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
35	1.01	1.70	2.03	2.07	2.72	3.23
40	1.01	1.68	2.02	2.06	2.70	3.20
45	1.01	1.68	2.01	2.06	2.69	3.18

表（续）

自由度 ν	p（%）					
	68.27[a]	90	95	95.45[a]	99	99.73[a]
50	1.01	1.68	2.01	2.05	2.68	3.16
100	1.005	1.66	1.984	2.025	2.626	3.077
∞	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

[a]：对期望 μ 及总体标准偏差 σ 的正态分布描述某量 z，当 $k=1$，2，3 时，区间 $\mu \pm k\sigma$ 分别包含分布的 68.27%，95.45%，99.73%。

注：当自由度较小而又要求较高准确度时，非整数的自由度可按以下两种方法之一，内插计算 t 值。

1）按非整 ν 内插求 $t_p(\nu)$

例：对 $\nu=6.5$，$p=0.997\,3$，由 $t_p(6)=4.90$，$t_p(7)=4.53$

得 $t_p(6.5)=4.53+(4.90-4.53)(6.5-7)/(6-7)=4.72$

2）按非整 ν 由 ν^{-1} 内插求 $t_p(\nu)$

例：对 $\nu=6.5$，$p=0.997\,3$，由 $t_p(6)=4.90$，$t_p(7)=4.53$

得 $t_p(6.5)=4.53+(4.90-4.53)(1/6.5-1/7)/(1/6-1/7)=4.72$

以上两种方法中，第二种方法更为准确。

附录 C

有关量的符号汇总（补充件）

a	输入量 X_i 的可能值区间的半宽度
a_+	输入量 X_i 的上限
a_-	输入量 X_i 的下限
c_i	灵敏系数，$c_i = \partial f / \partial x_i$
f	测量函数
k	包含因子
k_p	包含概率为 p 时的包含因子
n	重复测量的次数
N	不确定度分量的个数
p	概率；包含概率
$p(x)$	概率密度函数
$r(x_i, x_j)$	x_i 与 x_j 的相关系数估计值
$s(x_k)$	单个测得值 x_k 的实验标准偏差
$s(\bar{x})$	算术平均值 $\bar{x}$ 的实验标准偏差
s_{p}^2	合并方差的估计值
s_{p}	合并实验标准偏差
$t_p(\nu)$	t 因子，它以给定概率 p 与已知自由度 ν 给出
$t_p(\nu_{\mathrm{eff}})$	对于有效自由度 ν_{eff} 以及与给定概率 p 相应的 t 分布的 t 值
$u^2(x_i)$	输入量 X_i 的估计值 x_i 的估计方差
$u(x_i)$	输入估计值 x_i 的标准不确定度
u_i	第 i 个不确定度分量
u_{A}	A 类标准不确定度
u_{B}	B 类标准不确定度
u_{c}	合成标准不确定度
$u(x_i, x_j)$	两个输入量 X_i 和 X_j 的估计值 x_i 与 x_j 的估计协方差
$u_{\mathrm{c}}^2(y)$	输出估计值 y 的合成方差
$u_{\mathrm{c}}(y)$	输出估计值 y 的合成标准不确定度
$u_i(y)$	由输入估计值 x_i 的标准不确定度 $u(x_i)$ 产生的输出估计值 y 的合成标准不确度 $u_{\mathrm{c}}(y)$ 的分量，$u_i(y) \equiv \lvert c_i \rvert u(x_i)$
$u(y_i, y_j)$	在同一次测量中确定的输出估计值 y_i 与 y_j 的估计协方差
$u(x_i)/\lvert x_i \rvert$	输入估计值 x_i 的相对标准不确定度
$u_{\mathrm{c}}(y)/\lvert y \rvert$	输出估计值 y 的相对合成标准不确定度
u_{rel}；u_{r}	相对标准不确定度
U	提供一个包含区间为 $Y = y \pm U$ 的输出估计值 y 的扩展不确定度。它等

	于包含因子 k 与 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 之积，$U=ku_c(y)$
U_p	提供包含概率为 p 的包含区间 $Y=y\pm U_p$ 的输出估计值 y 的扩展不确定度，$U_p=k_pu_c(y)$
U_{95}	包含概率 p 为 0.95 时的扩展不确定度
U_{rel}；U_r	相对扩展不确定度
U_{prel}；U_{pr}	包含概率为 p 的相对扩展不确定度
x_i	输入量 X_i 的估计值
X_i	与被测量 Y 相联系的第 i 个输入量
$\overline{X}_i$	X_i 的 n 次独立重复观测值 $X_{i,k}$ 的算术平均值
$X_{i,k}$	输入量 X_i 的第 k 个独立测得值
y	被测量 Y 的估计值；输出估计值
y_i	在同一次测量中，要确定两个或多个被测量时，被测量 Y_i 的估计值
Y	被测量
δ	分辨力
μ_q	随机变量 q 概率分布的期望或均值
ν	自由度
ν_i	输入估计值 x_i 的标准不确定度 $u(x_i)$ 的自由度
ν_{eff}	合成标准不确定度 $u_c(y)$ 的有效自由度
$\sigma[s(\bar{q})]$	平均值 $\bar{q}$ 的实验标准偏差 $s(\bar{q})$ 的标准偏差
$\dfrac{\sigma[u(x_i)]}{u(x_i)}$	标准不确定度 $u(x_i)$ 的相对不确定度，用于评定 B 类标准不确定度的自由度

附录 D

术语的英汉对照（参考件）

a priori distribution	先验分布
arithmetic mean（or average）	算术平均值
central limit theorem	中心极限定理
combined standard uncertainty	合成标准不确定度
coverage interval	包含区间
coverage pobability	包含概率
coverage factor	包含因子
correction	修正
correlated input estimates	相关的输入估计值
correlated output estimates	相关的输出估计值
correlation	相关
correlation coefficient	相关系数
covariance	协方差
definitional uncertainty	定义的不确定度
degrees of freedom	自由度
effective degrees of freedom	有效自由度
empirical model	经验模型
experimental standard deviation	实验标准偏差
estimate	估计值
expanded uncertainty	扩展不确定度
expectation	期望、期望值
independence	独立
influence quantity	影响量
input estimate	输入估计值
input quantity	输入量
instrumental measurement uncertainty	仪器的测量不确定度
Laplace-Gauss distribution	拉普拉斯-高斯分布
law of propagation of uncertainty	不确定度传播律
maximum permissible error	最大允许误差
measurement	测量
measurand	被测量
measured quantity value	测得的量值
measurement function	测量函数
measurement model	测量模型

measurement result	测量结果
measurement repeatability	测量重复性
measurement reproducibility	测量复现性
measurement standard	测量标准
measurement error	测量误差
measurement uncertainty	测量不确定度
normal distribution	正态分布
output estimate	输出估计值
output quantity	输出量
probability	概率
probability distribution	概率分布
random effect	随机影响
random variable	随机变量
relative standard uncertainty	相对标准不确定度
repeatability conditions	重复性条件
resolution	分辨力
sensitivity coefficient	灵敏系数
standard deviation	标准偏差
standard uncertainty	标准不确定度
statistic control	统计控制
systematic effect	系统影响
target uncertainty	目标不确定度
t-factor	*t* 因子
t-distribution	*t* 分布
Type A evaluation of measurement uncertainty	测量不确定度的 A 类评定
Type B evaluation of measurement uncertainty	测量不确定度的 B 类评定
Type A standard uncertainty	A 类标准不确定度
Type B standard uncertainty	B 类标准不确定度
uncertainty budget	不确定度报告
variance	方差

JJF 1059.1—2012《测量不确定度评定与表示》第 1 号修改单

本修改单经国家质量监督检验检疫总局于 2013 年 8 月 30 日批准，并自 2013 年 8 月 30 日起实施。

JJF 1059.1—2012《测量不确定度评定与表示》修改以下内容：

页码	条文号	行数	规程原内容	修改后内容
1	2	倒数 6	GB/T 70—2008	GB/T 8170—2008
2	3.3	倒数 4	aquantity	a quantity
7	3.31	倒数 1	$n-t+r$	$n-(t+r)$
11	4.2.8	2	如果是非线性函数，应采用泰勒级数展开……	如果是非线性函数，可采用泰勒级数展开……
11	4.3.2.1	倒数 2	$u_A=u(\bar{x})=s(\bar{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}}$	$u_A=u(\bar{x})=s(\bar{x})=\frac{s(x_k)}{\sqrt{n}}$
14	4.3.2.5	8	若对每个被测件的被测量 X_j……	若对每个被测件的被测量 X_i……
19	4.4.2	倒数 3	设 $u_i(y)=\frac{\partial f}{\partial x_i}u(x_i)$	设 $u_i(y)=\left\lvert\frac{\partial f}{\partial x_i}\right\rvert u(x_i)$
29	A.2.1	10	附加修正值 $\Delta\bar{V}$	附加温度修正值 $\Delta\bar{V}$
29	A.2.1	倒数 13	$u_c(\bar{V})$ $=\sqrt{u_A^2(\bar{V})+u_B^2(\bar{V})+u(\Delta\bar{V})}$ $=\cdots\cdots$	$u_c(\bar{V})$ $=\sqrt{u_A^2(\bar{V})+u_B^2(\bar{V})+u^2(\Delta\bar{V})}$ $=\cdots\cdots$
30	A.2.3	5	被测量功率 P 是输入量……的函数。测量模型为 $P=C_0I^2(t+t_0)$	被测量 P 是输入量……的函数。测量模型为 $P=C_0I^2/(t+t_0)$
30	A.2.3 1)	13	$P=C_0I^2(t+t_0)$	$P=C_0I^2/(t+t_0)$
31	A.2.3 5)	3	$P=C_0I^2(t+t_0)$	$P=C_0I^2/(t+t_0)$
33	A.3.1 2)	2	此模型为非线性函数，本规范的方法不适用于非线性函数的情况。为此，要将此式按泰勒级数展开：	此模型为非线性函数，可将此式按泰勒级数展开：
34	4)①	7	校准值为 $l=50.000\ 623$ mm	校准值为 $l_s=50.000\ 623$ mm
34	4)②	倒数 6	d. 由以上分析得到……	c. 由以上分析得到……

表(续)

页码	条文号	行数	规程原内容	修改后内容
36	5)③	15	取 $\nu_{\text{eff}}(L)=17$	取 $\nu_{\text{eff}}(l)=17$
36	6)	18	取 $k_{99}=t_{0.99}(16)=2.90$	取 $k_{99}=t_{0.99}(17)=2.90$
39	A.3.2.3	16	而最后一行给出了……	而最后一列给出了……
42	A.3.3.5	倒数 11	$u_c^2(h)=\frac{s^2(d_k)}{5}+\cdots$	$u_c^2(h)=\frac{s_p^2(d_k)}{5}+\cdots$
44	A.3.4.2 4)	11	氢氧化钾的相对分子质量 $M(\text{KOH})$ 与三种元素的相对原子质量 A_r 有关……	氢氧化钾的相对分子质量 $M_r(\text{KOH})$ 与三种元素的相对原子质量 A_r 有关……
44	A.3.4.2 4)	13	$M(\text{KOH})=A_r(\text{K})+A_r(\text{O})+A_r(\text{H})$	$M_r(\text{KOH})=A_r(\text{K})+A_r(\text{O})+A_r(\text{H})$
44	A.3.4.2	15	$A_r(\text{O})=15.994(3)$	$A_r(\text{O})=15.999\,4(3)$
44	A.3.4.2	19	得到氢氧化钾的相对分子质量 $M(\text{KOH})$	得到氢氧化钾的相对分子质量 $M_r(\text{KOH})$
44	A.3.4.2	20	$M(\text{KOH})=39.098\,3\ \text{g/mol}+15.994\ \text{g/mol}+1.007\,94\ \text{g/mol}=56.100\,24\ \text{g/mol}$	$M_r(\text{KOH})=39.098\,3+15.999\,4+1.007\,94=56.105\,64$ 则氢氧化钾的摩尔质量为: $M(\text{KOH})=M_r(\text{KOH})\text{g/mol}=56.105\,64\ \text{g/mol}$
45	A.3.4.5 3)	15	氢氧化钾的相对分子质量的标准不确定度 $u_r[M(\text{KOH})]$	氢氧化钾的摩尔质量的相对标准不确定度 $u_r[M(\text{KOH})]$
45	A.3.4.5 3)	16	$M(\text{KOH})=39.098\,3+15.994+1.007\,94=56.100\,24$	$M_r(\text{KOH})=39.098\,3+15.999\,4+1.007\,94=56.105\,64$
45	A.3.4.5 3)	19	$A_r(\text{O})=15.994(3)$	$A_r(\text{O})=15.999\,4(3)$
45	A.3.4.5 3)	20	$u[A_r(\text{O})]=0.003$	$u[A_r(\text{O})]=0.000\,3$
45	A.3.4.5 3)	21	$u[M(\text{KOH})]=\sqrt{(0.000\,1)^2+(0.003)^2+(0.000\,07)^2}=0.003$	$u[M(\text{KOH})]=\sqrt{(0.000\,1)^2+(0.000\,3)^2+(0.000\,07)^2}=0.000\,32\ \text{g/mol}$
45	A.3.4.5 3)	22	$u_r[M(\text{KOH})]=0.003/56.100\,24=5.3\times10^{-5}$	$u_r[M(\text{KOH})]=0.000\,32/56.105\,64=0.57\times10^{-5}$

表(续)

页码	条文号	行数	规程原内容	修改后内容
45	A.3.4.6	倒数 8	$u_{\mathrm{cr}}[\omega(\mathrm{KOH})]=$ $\sqrt{u_{\mathrm{r}}^2[V(\mathrm{HCl})]+u_{\mathrm{r}}^2[c(\mathrm{HCl})]+u_{\mathrm{r}}^2[M(\mathrm{KOH})]+u_{\mathrm{r}}^2[m]}=$ $\sqrt{(3.5\times10^{-3})^2+(0.5\times10^{-3})^2+(5.3\times10^{-5})^2+(0.1\times10^{-3})^2}$ $=3.5\times10^{-3}$	$u_{\mathrm{cr}}[w(\mathrm{KOH})]=$ $\sqrt{u_{\mathrm{r}}^2[V(\mathrm{HCl})]+u_{\mathrm{r}}^2[c(\mathrm{HCl})]+u_{\mathrm{r}}^2[M(\mathrm{KOH})]+u_{\mathrm{r}}^2(m)}=$ $\sqrt{(3.5\times10^{-3})^2+(0.5\times10^{-3})^2+(0.57\times10^{-5})^2+(0.1\times10^{-3})^2}$ $=3.5\times10^{-3}$
46	A.3.4.8	5	氢氧化钾的相对分子质量 $M(\mathrm{KOH})$……	氢氧化钾的摩尔质量 $M(\mathrm{KOH})$……
47	A.3.5.3.3.	21	$u_{\mathrm{c}}(y)=\sqrt{u_1^2(t_{\mathrm{s}})+u_2^2(t_{\mathrm{s}})+u_{\mathrm{A}}^2}=$……	$u_{\mathrm{c}}(y)=\sqrt{u^2(t_{\mathrm{s}})+u^2(\Delta t_{\mathrm{s}})+u_{\mathrm{A}}^2}=$……